ETI – Filtrage

Introduction

- domaines d'application
- rappels & notations sur la fonction de filtrage
- Quelle technologie choisir ? passif/actif/capa com/numérique

Principales formes de réponse

- notion de gabarit
- réponse de Butterworth
- réponse de Chebychev
- comparaison & autres formes de réponse

Filtrage actif

- intérêt et limitations
- filtres du 1^er^ ordre
- Structure de Rauch
- Structure de Sallen-Key

F. Delmotte, déc. 2012

Domaines d'application

Traitement de signaux audio, vidéo, radio…

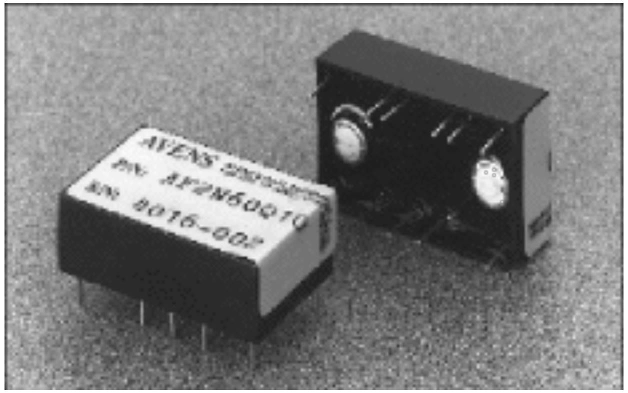
Télécommunications, télémétrie…

Instrumentation scientifique, médicale, radars…

Acquisition numérique de données (anti-repliement)

Réjection de bruit (alimentation électrique…)

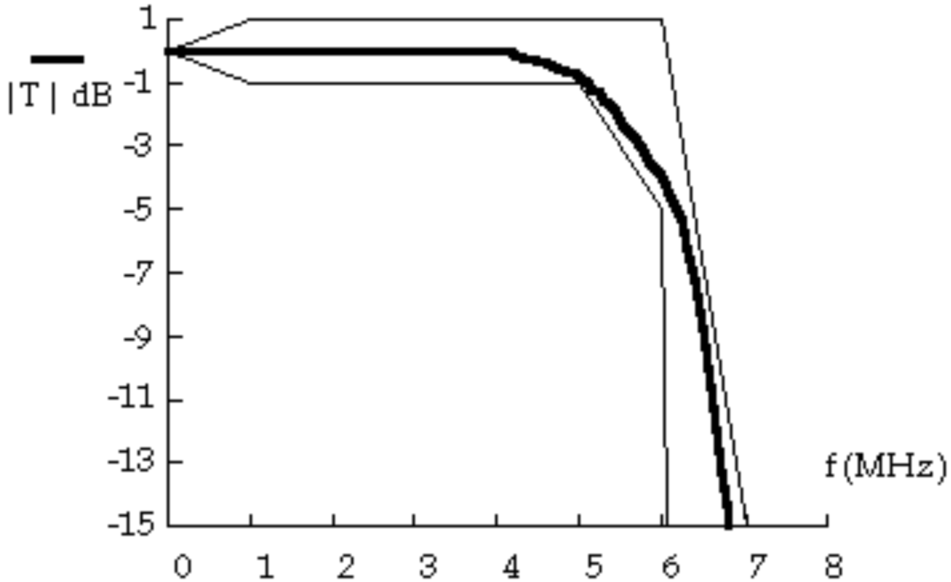
…

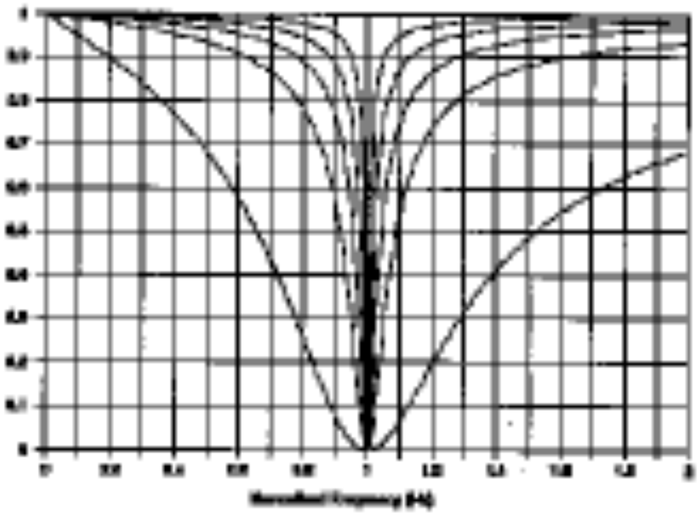


Miniature Filters
Active/Bandpass/Band-Reject

http://www.avens-filter.com/

gabarit de filtre vidéo





Rôle du filtre

- Transmettre l'information sans la déformer dans la bande passante
- Couper totalement l'information en dehors

- Isoler dans un signal complexe la ou les bandes de fréquences utiles
- Éliminer les fréquences indésirables

Conséquences pour la fonction de transfert du filtre $\underline{T}(j\omega)$

Dans la bande passante	Hors de la bande passante
Module de $\underline{T}(j\omega)$ constant Phase de $\underline{T}(j\omega)$ linéaire	Module de $\underline{T}(j\omega) \approx 0$

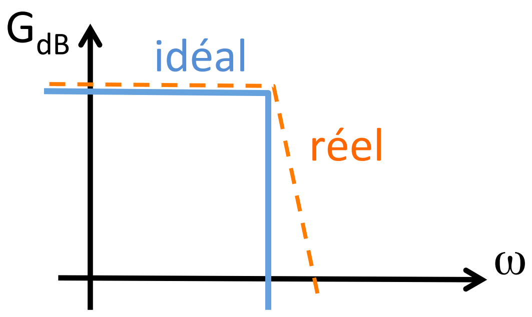
En pratique, la synthèse d'un filtre se fait à partir d'une forme polynomiale choisie pour répondre au mieux aux contraintes demandées

Exemples : Réponse plate dans la bande passante -> Butterworth
Bande de transition étroite -> Chebychev
Phase linéaire dans la bande-passante -> Bessel

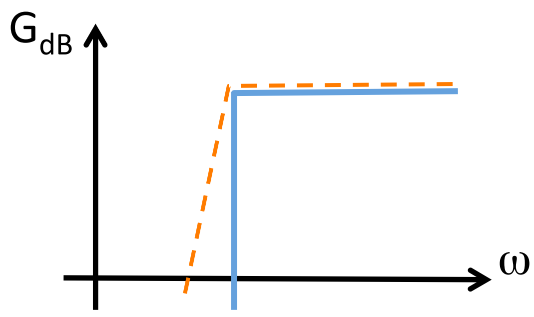
Notations

Fonction de transfert complexe : $\underline{T}(j\omega) = Vs/Ve$

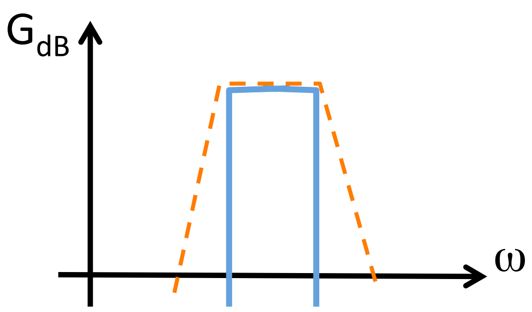
Module : $T(\omega) = |\underline{T}(j\omega)|$ Gain en dB : $G_{dB} = 20 \log T(\omega)$



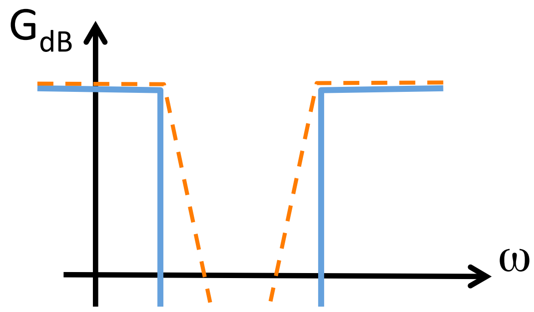
Filtre passe-bas



Filtre passe-haut



Filtre passe-bande



Filtre coupe-bande

Tous les filtres sont équivalents à un passe-bas par changement de variable

Quelle technologie choisir ?

Technologie	Composants	Spécificités	Exemples d'application
Filtres **numériques** (voir cours STNS en 2A)	Circuits logiques intégrés (FPGA, microcontroleur, …)	Signaux numérisés (pré et post filtrage nécessaire !) F < 100MHz (re)programmable Production en grande série possible	
Filtres **passifs**	Composants discret L et C, Quartz pour les HF	F élevée (< 500MHz) Pas d'alimentation Non intégrable	Anti-repliement Rejection du bruit d'alimentation
Filtres **actifs**	AO, R et C	F < 1 MHz Tension de sortie limitée	Anti-repliement Audio « High Fidelity »
Filtres à **capacité commutée**	AO, interrupteurs commandés MOS, R et C intégrés	F < qq MHz Intégrable Fréquence programmable et précise	Détection de « tonalité » Analyseur de spectre

Réponse de Butterworth

$$T(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^{2n}}}$$

avec $x = \omega / \omega_C$
et ω_C **= pulsation de coupure à -3dB**

Afin de synthétiser le filtre, il est nécessaire déterminer une fraction rationnelle $\underline{\mathbf{T}}(\underline{\mathbf{s}})$ qui admette T(x) pour module.
Pour cela on factorise le polynôme $P(x) = 1 + x^{2n}$

(*cas n impair*)

$P(x) = (x+j)\ (x-j)\ (x+a+jb)\ (x+a-jb)\ (x-a-jb)\ (x-a+jb)\ (\ldots$

$= (1+x^2)\ [(x+a)^2+b^2]\ [(x-a)^2+b^2]\ [\ldots$

P(x) apparaît ainsi comme le carré du module du polynôme $\underline{\mathbf{P}}(\underline{\mathbf{s}})$ suivant ($\underline{\mathbf{s}}$=jx) :

$\underline{\mathbf{P}}(\underline{\mathbf{s}}) = (1+jx)\ [b+j(x+a)]\ [b+j(x-a)]\ [\ldots$

$= (1+\underline{s})\ (b+\underline{s}+ja)\ (b+\underline{s}-ja)\ (\ldots$

$= (1+\underline{s})\ [(b+\underline{s})^2+a^2]\ [\ldots$

$= (1+\underline{s})\ (a^2+b^2+2b\underline{s}+\underline{s}^2)\ (\ \ldots$

Réponse de Butterworth

La transmission normalisé du filtre s'écrit donc $$T(\underline{s}) = \frac{1}{P(\underline{s})}$$

<u>Remarques</u>

- La fréquence de coupure à -3dB vaut ω_C quelque soit l'ordre du filtre
- Le polynome P(s) ne dépend que de l'ordre du filtre n

n	$P(s)$
1	$(1+s)$
2	$\left(1+1.414s+s^2\right)$
3	$(1+s)\left(1+1.000s+s^2\right)$
4	$\left(1+1.848s+s^2\right)\left(1+0.765s+s^2\right)$
5	$(1+s)\left(1+1.618s+s^2\right)\left(1+0.618s+s^2\right)$
6	$\left(1+1.932s+s^2\right)\left(1+1.414s+s^2\right)\left(1+0.518s+s^2\right)$
7	$(1+s)\left(1+1.802s+s^2\right)\left(1+1.247s+s^2\right)\left(1+0.445s+s^2\right)$

Réponse de Chebychev

$$T(x) = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2 C_n^2(x)}}$$

avec ε un nombre et $C_n(x)$ un polynôme défini par :

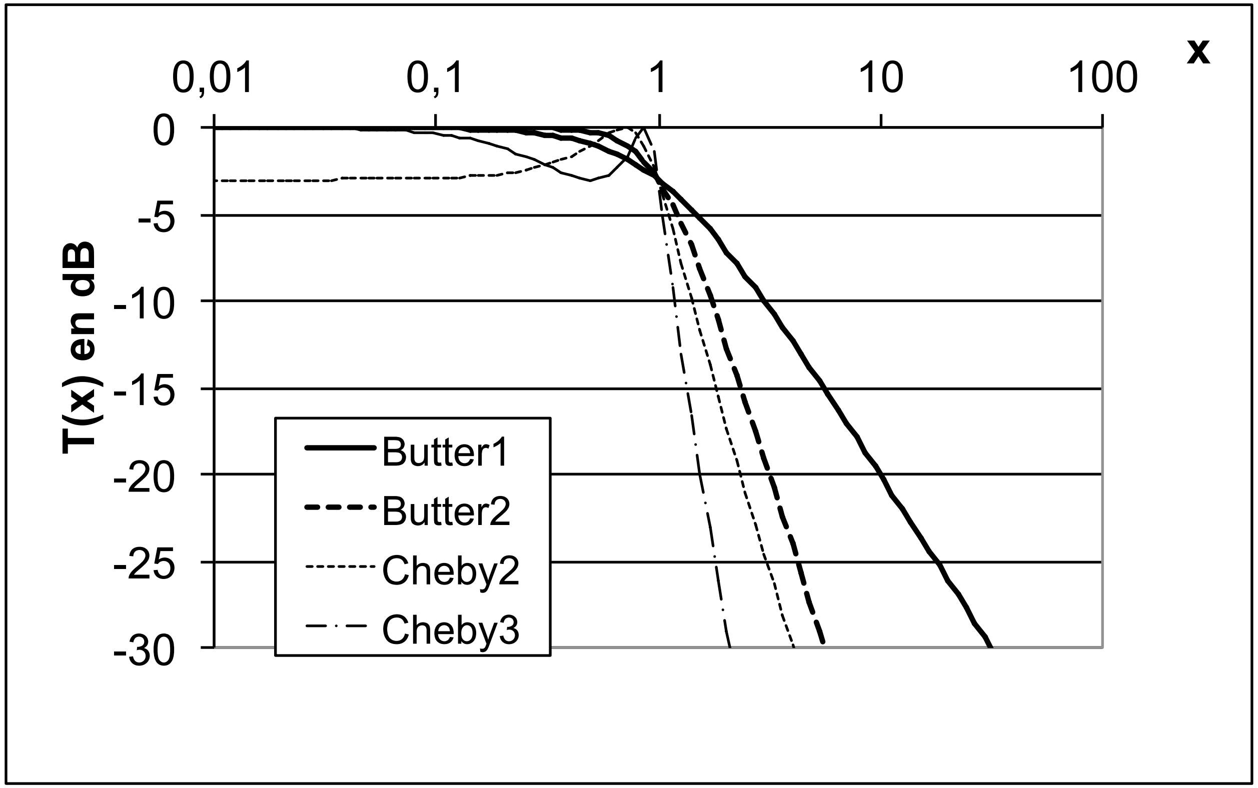
$C_0(x) = 1$; $C_1(x) = x$;

$C_{n+1}(x) = 2\,x\,C_n(x) - C_{n-1}(x)$

<u>Remarque</u> : pour ce type de réponse la fréquence de normalisation est définie à $-10 \log (1+\varepsilon^2)$ qui vaut –3dB uniquement pour ε=1.

n	$P(s)$ pour $r = 0.5\,dB = 1.059$ ou $\varepsilon = 0.3493$
1	$(1+0.349s)$
2	$\left(1+0.940s+0.659s^2\right)$
3	$(1+1.596s)\left(1+0.548s+0.875s^2\right)$
4	$\left(1+2.376s+2.806s^2\right)\left(1+0.330s+0.940s^2\right)$
5	$(1+2.760s)\left(1+1.230s+2.097s^2\right)\left(1+0.216s+0.965s^2\right)$
6	$\left(1+3.692s+6.370s^2\right)\left(1+0.719s+1.695s^2\right)\left(1+0.152s+0.977s^2\right)$
7	$(1+3.904s)\left(1+1.818s+3.939s^2\right)\left(1+0.472s+1.477s^2\right)\left(1+0.112s0.984+s^2\right)$
8	$\left(1+4.981s+11.36s^2\right)\left(1+1.037s+2.788s^2\right)\left(1+0.335s+1.349s^2\right)\left(1+0.086s+0.988s^2\right)$

Tchebychev vs Butterworth



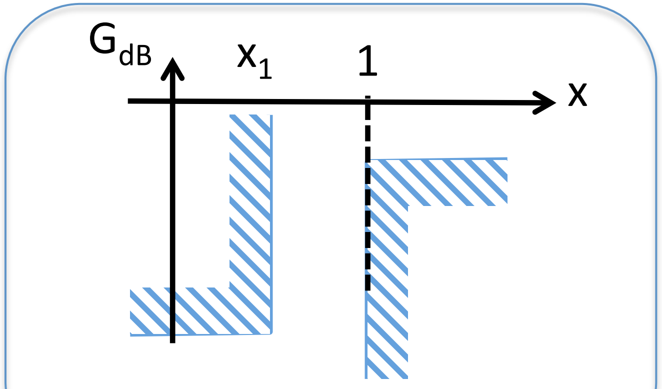
Tchebychev =

- Coupure plus rapide
- Ondulations dans la BP
- Phase non linéaire

Autres formes de réponse

- Filtres de Bessel
  - Phase très linéaire
  - coupure moins rapide que Butterworth
- Filtres de Legendre
  - Pas d'ondulation dans la BP
  - Coupure plus rapide que Butterworth (mais moins que Tchebychev)
- Filtres de Cauer
  - Ondulations en BP et en bande d'arrêt
  - Coupure très rapide
  - Phase non linéaire
- …

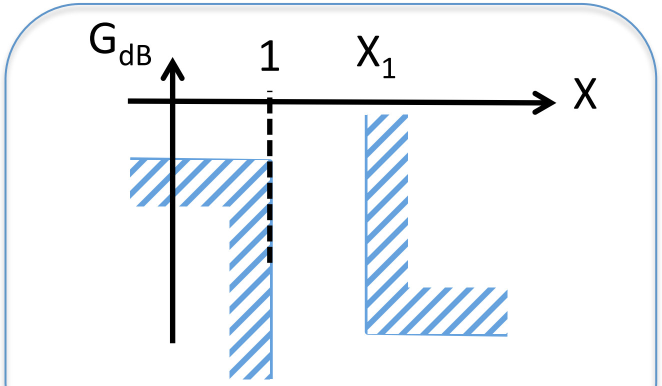
Transformations



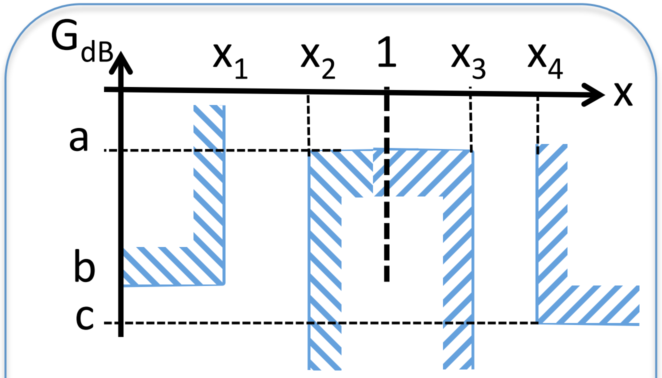
Filtre **passe-haut**

$\underline{s} \rightarrow \underline{S} = 1/\underline{s}$

$x \rightarrow X = 1/x$



Filtre **passe-bas**

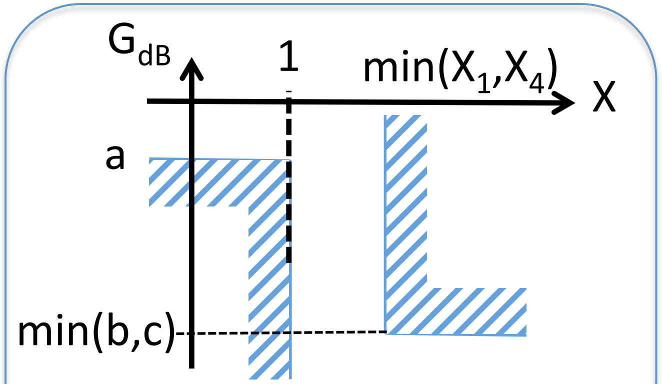


Filtre **passe-bande**

$\underline{s} \rightarrow \underline{S} = (\underline{s} + 1/\underline{s})/\underline{\Delta x}$

avec $\Delta x = x_3 - x_2$

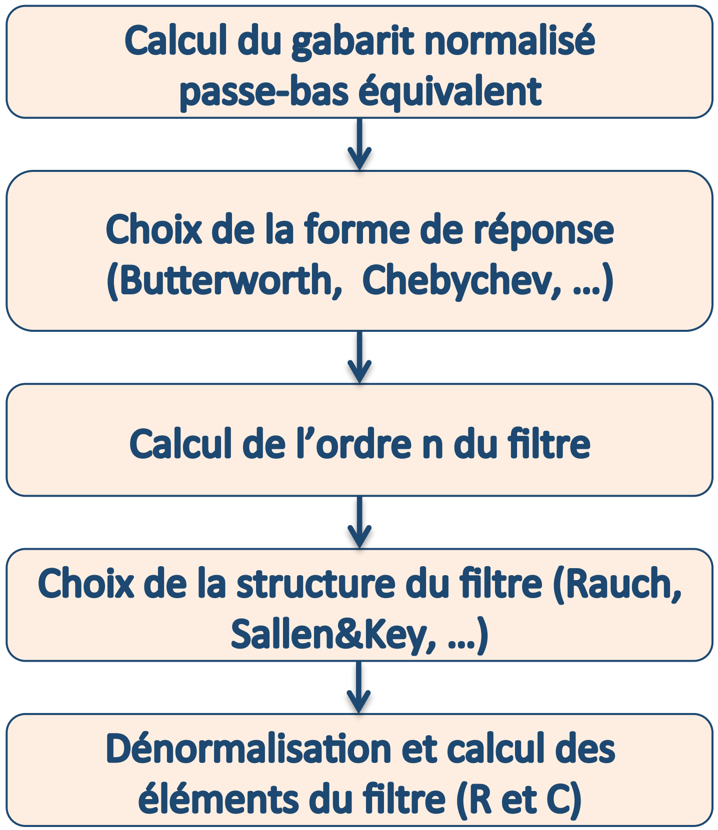
$x \rightarrow X = (x-1/x)/\underline{\Delta x}$



Filtre **passe-bas**

NB : pour le coupe-bande, on utilise : $\underline{S} = \underline{\Delta x\ /\ (\underline{s} + 1/\underline{s})}$

Démarche de synthèse d'un filtre actif

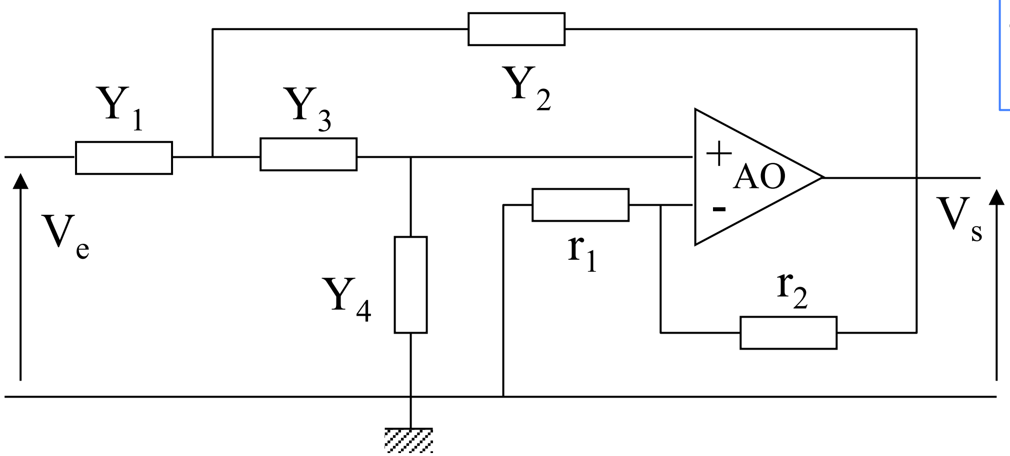


Filtres actifs : cellules élémentaires

	1er ordre	2ème ordre
Passe-bas	$\underline{T}(j\omega) = \dfrac{A}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$	$\underline{T}(j\omega) = \dfrac{A}{1 + 2m\, j\dfrac{\omega}{\omega_0} + \left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$
Passe-Haut	$\underline{T}(j\omega) = \dfrac{A \times j\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_0}}$	$\underline{T}(j\omega) = \dfrac{A \times \left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2m\, j\dfrac{\omega}{\omega_0} + \left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$
Passe-bande	$\times$	$\underline{T}(j\omega) = \dfrac{A \times 2m\, j\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2m\, j\dfrac{\omega}{\omega_0} + \left(j\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$

Filtres de Sallen-Key

<u>Cellule de Sallen-Key d'ordre 2</u>



$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{K\, Y_1 Y_3}{(Y_1+Y_2)(Y_3+Y_4)+Y_3(Y_4 - K\, Y_2)}$$

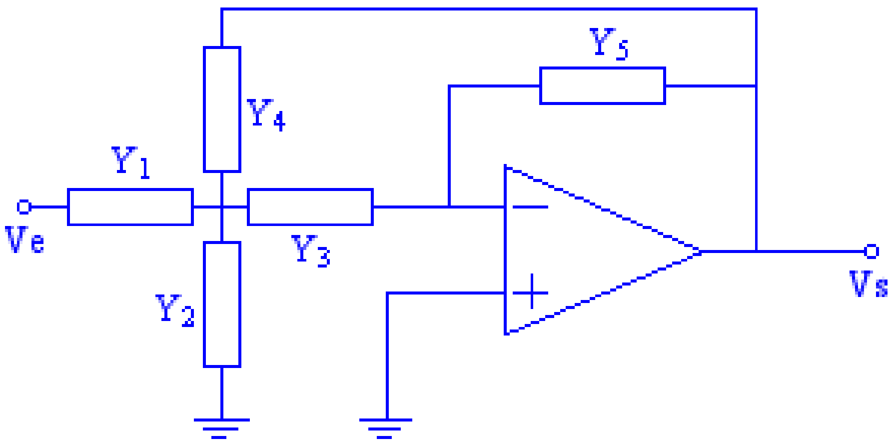
avec $K = 1+r_2/r_1$

On choisit les admittances Y_i (capacités ou résistances) suivant le type de filtre à réaliser

	Passe-bas	Passe-haut	Passe-bande
Résistances	Y_1 et Y_3	Y_2 et Y_4	Y_1, Y_2
Capacités	Y_2 et Y_4	Y_1 et Y_3	Y_3
			Y_4 = R // C

Filtres de Rauch

Cellule de Rauch d'ordre 2



$$\frac{Vs}{Ve} = \frac{-Y_1Y_3}{Y_5\left(Y_1+Y_2+Y_3+Y_4\right)+Y_3Y_4}$$

Voir TD10 pour le calcul

On choisit les admittances Y_i (capacités ou résistances) suivant le type de filtre à réaliser

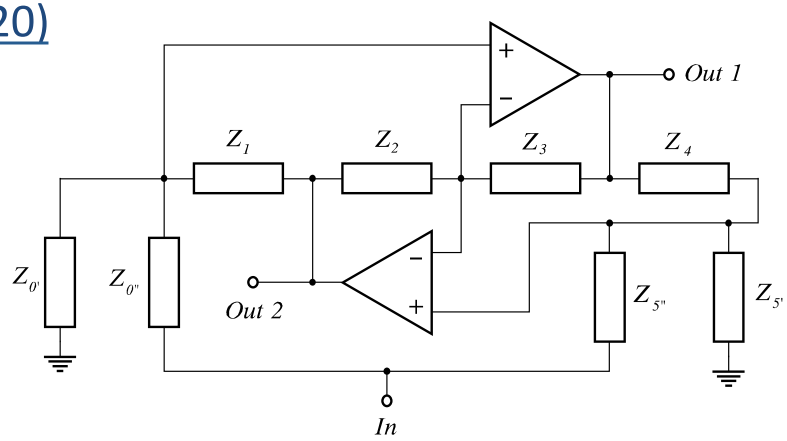
	Passe-bas	Passe-haut	Passe-bande
Résistances	Y_1, Y_3 et Y_4	Y_2 et Y_5	Y_1, Y_2 et Y_5
Capacités	Y_2 et Y_5	Y_1, Y_3 et Y_4	Y_3 et Y_4

Autres types de filtres

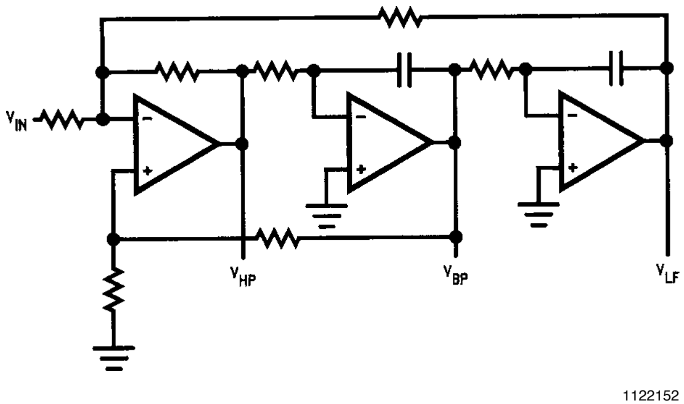
Filtres actifs à convertisseur d'impédance (Q >20)

Exemple : filtre à girateur d'Antoniou

Les impédances Z_i sont des C ou des R

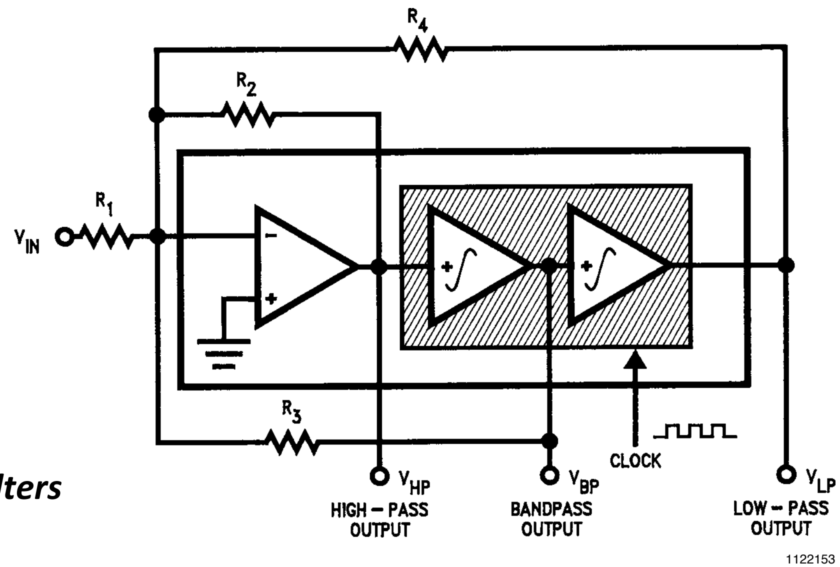


Filtres actifs à variables d'états



(d) Universal State-Variable 2nd-Order Active Filter

Filtres « Capa Com » à variables d'états



From TI Application Note 779 A Basic Introduction to Filters - Active, Passive,and Switched Capacitor