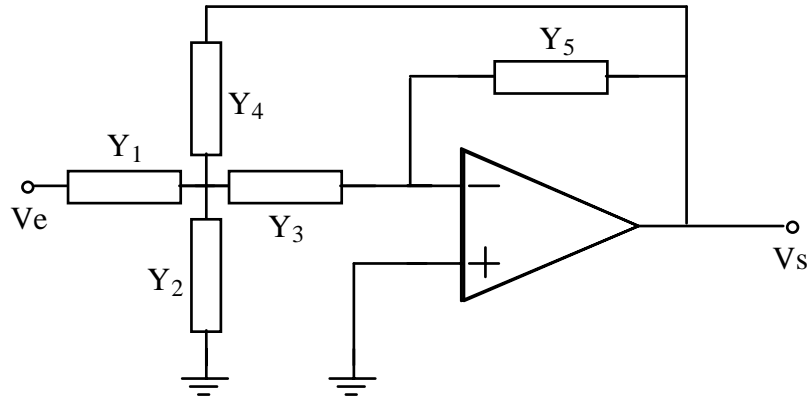


EXERCICE : Filtre de Rauch

On considère le montage suivant qui comporte un amplificateur opérationnel (AO idéal en régime linéaire) et 5 admittances Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 et Y_5 .



1) Déterminer la fonction de transfert du filtre $T(j\omega) = V_s(j\omega)/V_e(j\omega)$ en fonction des admittances.

Par la suite les dipôles 1 et 2 sont des résistances R , les dipôles 3 et 4 sont des capacités C , et le dipôle 5 une résistance R_0 .

2) Déterminer de **manière qualitative** le comportement à basse et haute fréquence de ce montage (étude asymptotique sans calcul).

3) Exprimer $T(j\omega)$ en fonction de la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$ (ω_0 pulsation propre du montage). Montrer que $T(jx)$ se met sous la forme :

$$T(jx) = -G_0 / [1 + jQ(x - 1/x)]$$

avec Q le facteur de qualité du montage et G_0 le gain à la pulsation ω_0 .

Donner les expressions de ω_0 , Q et G_0 en fonction de R , R_0 et C .

4) On rappelle que la bande passante du circuit $\Delta\omega$ vaut (ω_0/Q) . En déduire l'expression de $\Delta\omega$ en fonction de R_0 et C .

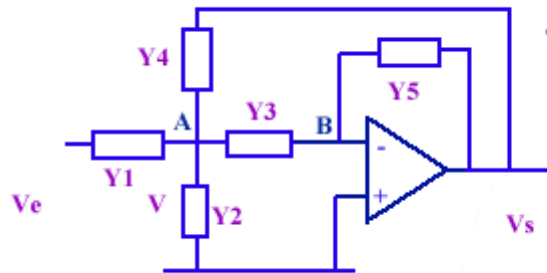
5) Représenter le diagramme de Bode en gain de $T(jx)$ pour $Q=10$ (tracé asymptotique et tracé réel).

6) Exprimer l'impédance d'entrée du montage Z_e à partir de $T(j\omega)$, R , R_0 , C et ω . Que vaut Z_e en $\omega=0$? Que vaut Z_e à la pulsation ω_0 ?

7) Proposer une solution pour améliorer l'impédance d'entrée de ce montage.

Exercice 3 : Filtre de Rauch

1)



$$\text{en A } Y_1(V_e - V) + Y_2(0 - V) + Y_3(0 - V) + Y_4(V_s - V) = 0$$

$$\text{B } Y_3(V - 0) + Y_5(V_s - 0) = 0$$

$$\text{soit } \frac{V_s}{V_e} = \frac{-Y_1 Y_3}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$$

2) A basse pulsation, les condensateurs sont équivalents à des fils coupés ; par conséquent, l'intensité dans la résistance R_0 est nécessairement nulle et ainsi $V_s = 0$. A haute pulsation, les condensateurs sont équivalents à des fils de résistance pratiquement nulle. Par suite, $V_s = V_A = V_B = e^+ = 0$ (e^+ désigne la tension de la borne non inverseuse de l'amplificateur).

Ce circuit ne laisse passer ni les basses ni les hautes fréquences : il se comporte, de manière qualitative, comme un filtre passe-bande.

3) En remplaçant dans le résultats du 1), Y_3 et Y_4 par $jC\omega$, Y_1 et Y_2 par $1/R$ et Y_5 par $1/R_0$ on obtient :

$$T(j\omega) = \frac{-R_0}{2R} \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega - \frac{RR_0}{2}(C\omega)^2}$$

En posant : $\omega_0^2 = 2 / R R_0 C^2$ on obtient la forme recherchée avec $G_0 = R_0 / 2R$ et $Q = 1 / R C \omega_0 = (R_0 / 2R)^{1/2} = (G_0)^{1/2}$

4) On obtient $\Delta\omega = 2 R C \omega_0^2$ soit $\Delta\omega = 2 / R_0 C$.

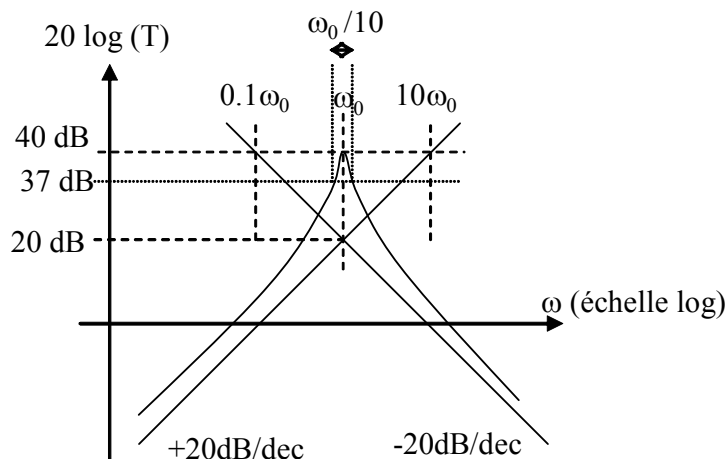
5) Etude asymptotique :

quand ω tend vers 0 : $T \approx G_0 / (1 - j Q \omega_0/\omega)$

=> asymptote $j \omega / Q \omega_0$: pente +20dB/dec coupe l'axe $20 \log(G_0)$ en $\omega = Q \omega_0 = 10 \omega_0$

quand ω tend vers l'infini : $H \approx 1 / (1 + j Q \omega/\omega_0)$

=> asymptote $1 / j Q \omega/\omega_0$: pente -20dB/dec coupe l'axe $20 \log(G_0)$ en $\omega = \omega_0 / Q = 0.1 \omega_0$



Point particuliers pour le tracer réel :

En $\omega = \omega_0$ on a $20 \log(T) = 20 \log(G_0) = 40 \text{ dB}$

En $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega/2$ on a $20 \log(T) = 20 \log(G_0) - 3 \text{ dB} = 37 \text{ dB}$

Par ailleurs on remarque que T est toujours au dessus des asymptotes pour ω petit ou grand.

6) Soit i_e le courant d'entrée du montage (i.e. le courant traversant l'admittance Y_1).
 On a $i_e = (V_e - V_A) / R$ et d'autre part la loi des nœuds en B donne :

$$jC\omega V_A = -V_s / R_0 = -T(j\omega) V_e / R_0$$

On en déduit $Z_e = V_e / i_e$:

$$Z_e = \frac{R}{1 + \frac{T(j\omega)}{jR_0C\omega}}$$

En $\omega = 0$ on a $\frac{T(j\omega)}{jR_0C\omega} = -1/2$ donc $Z_e(0) = 2R$ (les capacités étant des circuits ouverts en continu, on

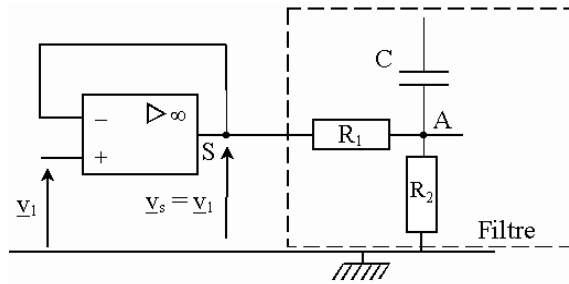
retrouve bien les deux résistances Y_1 et Y_2 en série).

En $\omega = \omega_0$ on a $T(j\omega) = -R_0 / 2R$. En remplaçant dans l'expression de Z_e on obtient :

$$Z_e(\omega_0) = \frac{R}{1 + \frac{j}{2\sqrt{2R/R_0}}}$$

L'impédance d'entrée du montage est complexe \Rightarrow elle peut induire non seulement une atténuation du signal mais également un déphasage de celui-ci.

7) Pour éviter ces problèmes, on peut insérer, à l'entrée du filtre, un montage de type suiveur :



La tension d'entrée v_1 est alors délivrée à courant nul (en effet, si l'amplificateur opérationnel est supposé idéal, le courant qui rentre dans la borne E est nul) et l'impédance d'entrée du montage sera alors infinie (en réalité elle vaut l'impédance d'entrée de l'AO) !