

Examen d'optique instrumentale

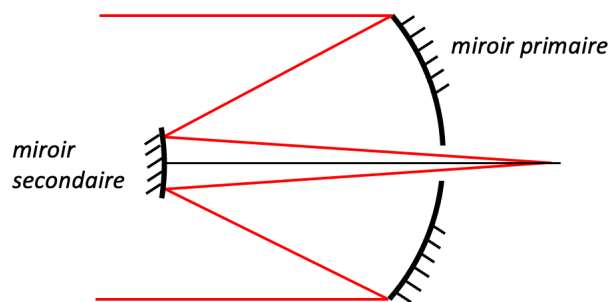
durée 3h

formulaire A4 recto-verso manuscrit et calculatrice autorisés

Le sujet présente trois pages et une annexe.

L'annexe, en mentionnant vos nom-prénom, est à rendre avec votre copie.

On considère un télescope de type Cassegrain constitué d'un miroir primaire sphérique (de sommet S_1), d'un miroir secondaire sphérique (de sommet S_2). Le télescope est réglé sur un objet à l'infini. Le schéma ci-dessous est indicatif et non à l'échelle.



Les données connues sont les suivantes :

- La distance focale du télescope est $|f'| = 1400 \text{ mm}$.
- La pupille d'entrée du télescope a un diamètre de 140 mm et se situe dans le plan focal du miroir primaire F_1 (*attention, elle n'est pas à son centre de courbure !*).
- Le miroir primaire est concave et son rayon de courbure est de 1400 mm .
- Le miroir secondaire est convexe et son rayon de courbure est de 1000 mm .

1. Écrire les conjugaisons à travers le télescope pour un objet à l'infini. Faire un schéma de principe et mentionnez les points F_1, F_2, F', H' . Justifier pourquoi la focale est positive dans ce télescope.
2. Exprimer les tailles d'un objet à l'infini vu sous un angle apparent θ à travers le miroir primaire et à travers tout le télescope.
3. Déterminer le grandissement transversal g_{y-M_2} du miroir secondaire en précisant son signe. Faire l'application numérique.

4. Par la méthode de votre choix montrer que la distance entre les deux miroirs est $\overline{S_1 S_2} = -450 \text{ mm}$.
5. En déterminant la distance $\overline{S_2 F'}$ montrer que la distance entre le sommet du miroir primaire et le foyer F' du télescope est $\overline{S_1 F'} = +50 \text{ mm}$.
6. Sur l'annexe (échelle longitudinale $\times 1/5$ - échelle transversale $\times 1$), le miroir primaire est placé mais sa taille est arbitraire. Positionner les foyers des miroirs, la pupille d'entrée, le miroir secondaire et tracer deux rayons s'appuyant sur les deux bords de la pupille d'entrée provenant d'un point objet à l'infini sur l'axe optique et qui traversent tout l'instrument.
7. Sur l'annexe, positionner la pupille de sortie à l'aide d'une construction géométrique. *Vos traits de crayons seront minimalistes mais suffisamment compréhensibles pour le correcteur.*
8. Vérifier par le calcul la position et le diamètre de la pupille de sortie du télescope.

Le diamètre apparent du champ de pleine lumière objet est de $\theta_{CPL} = 1,5^\circ$.

9. Déterminer les diamètres du champ de pleine lumière, dans le plan focal du miroir primaire et dans le plan focal du télescope. Faire l'application numérique.
10. Sur l'annexe, tracer deux rayons s'appuyant sur les deux bords de la pupille d'entrée pour un point objet à l'infini situé sur l'un des bords du champ de pleine lumière et qui traversent tout l'instrument.
11. Sur l'annexe mesurer à la règle les diamètres du miroir primaire, de son trou central et du miroir secondaire, pour ne pas limiter le champ de pleine lumière.

On dispose d'un capteur carré de diagonale 25 mm, avec des pixels carrés de 20 μm de côté. Pour adapter l'image formée par le télescope à ce récepteur (le diamètre de l'image devra être égale à la diagonale du capteur), on ajoute un réducteur focal constitué de deux lentilles convergentes L_1 (de centre O_1) et L_2 (de centre O_2). La première lentille L_1 est placée dans le plan focal F' du télescope. La deuxième lentille L_2 est placée à 200 mm après L_1 .

12. Donner le grandissement transversal g_{y-R} de ce réducteur focal ainsi que la nouvelle distance focale f'_{TOT} du système {télescope + réducteur focal}.

13. Déterminer la position F'' du nouveau plan image par rapport à L_2 . En déduire la distance focale f'_2 de L_2 .

On interpose dans le plan image F'' un filtre interférentiel pour effectuer une analyse spectrale. La bande passante d'un tel filtre dépend de l'angle des rayons incidents. Pour conserver une même longueur d'onde utile en chaque point du champ image, on astreint le rayon moyen du faisceau qui converge en chaque point de l'image à rester perpendiculaire au plan image : le système doit être « télécentrique image ».

14. Où doit être située la pupille de sortie du système {télescope + réducteur focal} ? Déterminer la distance focale f'_1 de la lentille L_1 pour remplir cette condition.

15. Sur l'annexe, positionner les deux lentilles du réducteur focal (avec leur taille minimale) et poursuivez vos tracés sur l'axe et en bord de champ de pleine lumière.

16. Évaluer la résolution optique du télescope dans l'espace objet en supposant qu'il est limité par la diffraction à une longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$. Comparer cette résolution à celle fournie par le capteur. Commentez vos résultats.

La magnitude apparente m est l'échelle utilisée pour définir la luminosité d'un objet céleste quelconque dans le ciel vu depuis la Terre. Elle s'exprime comme,

$$m = -2,5 \times \log_{10} \left(\frac{E}{E_{ref}} \right)$$

où E est l'éclairement de l'objet produit à la surface de la Terre et E_{ref} l'éclairement de référence (étoile Véga de la constellation de la Lyre située au zénith) qui vaut $2,52 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$.

Les données photométriques des éléments optiques sont les suivants :

- Coefficient de réflexion en intensité des miroirs : $\mathcal{R}_{M1} = \mathcal{R}_{M2} = 0,9$
- Taux d'obturation du télescope : $\tau_{obt} = 0,3$
- Coefficient de transmission en intensité de chaque lentille : $T_L = 0,9$

17. Calculer le flux (en nombre de photon par seconde) pour $\lambda = 500 \text{ nm}$ reçu sur un pixel du capteur pour l'étoile Alpha du Centaure A de magnitude $m = -0,01$.
(Constantes utiles : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ et $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$)

ANNEXE / Nom Prénom

échelle longitudinale : $\times 1/5$

échelle transversale : $\times 1$

S₁

1. $\infty \xrightarrow{M1} F_1 \xrightarrow{M2} F' + \text{schéma}$

2. $\theta \xrightarrow{M1} y' = -f_1 \theta \xrightarrow{M2} y'' = g_2 y' = -g_2 f_1 \theta = f' \theta$

3. $g_2 = -\frac{f'}{f_1} = -\frac{1400}{-700} = +2$

4. $\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{\overline{O_1 O_2}}{f'_1 \times f'_2} \rightarrow \overline{O_1 O_2} = +450 \text{ mm} \rightarrow \overline{S_1 S_2} = -450 \text{ mm}$

5. On écrit la conjugaison $F_1 \xrightarrow{M2} F'$

$\frac{1}{\overline{S_2 F_2}} = \frac{1}{\overline{S_2 F'}} + \frac{1}{\overline{S_2 F_1}} \rightarrow \frac{1}{-500} = \frac{1}{\overline{S_2 F'}} + \frac{1}{450-700} \rightarrow \overline{S_2 F'} = 500 \text{ mm} \rightarrow \overline{S_1 F'} = 50 \text{ mm}$

6. schéma axe.

7. schéma PS.

8. $P_E = F_1 \xrightarrow{M1} \infty \xrightarrow{M2} P_S = F_2 \rightarrow \phi_{PS} = \phi_{PE} \times \frac{f_2}{f_1} = 100 \text{ mm}$

9. $\phi_{CPL-iintermédiaire} = f_1 \times \theta_{CPL} = 18,3 \text{ mm.} \quad \phi_{CPL-image} = f' \times \theta_{CPL} = 36,6 \text{ mm.}$

10. Schéma bord CPL.

11. $\phi_{M1} \approx 160 \text{ mm} \quad \phi_{trouM1} \approx 40 \text{ mm} \quad \phi_{M2} \approx 70 \text{ mm.}$

12. $\phi_{CPL-image} = 36,6 \text{ mm} \xrightarrow{\text{réducteur}} \phi_{capteur} = 25 \text{ mm. donc } g_{y-R} = -0,683.$
 $f'_{TOTAL} = f' \times g_{y-R} = 956,3 \text{ mm}$

13. $g_{y-R} = \frac{\overline{O_2 F''}}{\overline{O_2 F'}} \rightarrow \overline{O_2 F''} = 136 \text{ mm} \rightarrow f'_2 = 81 \text{ mm.}$

14. PS doit être à l'infini donc Pup_intermédiaire en $F_2(L2) \quad f'_1 = \frac{1}{\frac{1}{200-81} - \frac{1}{-1000}} = 106 \text{ mm.}$

15. Schéma suite schéma.

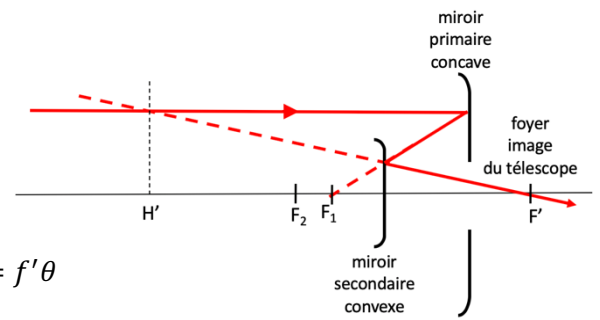
16. $\delta\theta_{diffraction} = 1,22 \frac{\lambda}{\phi_{PE}} = 4,4 \mu\text{rad} = 0,9''$

$\delta\theta_{pixel} = \frac{\text{pixel}}{f'_{TOTAL}} = \frac{20 \mu\text{m}}{956 \text{ mm}} = 21 \mu\text{rad} = 4,3'' > \delta\theta_{diffraction} \rightarrow \text{c'est le pixel qui limite.}$

17. Image d'une étoile = tache de diffraction qui est plus petite que le pixel donc le flux reçu sur un pixel est le flux reçu au niveau de PE, modulo la transmission.

$$F_{pixel} = S_{PE} \times E_{Terre} \times \tau = \frac{S_{PE} \times E_{ref} \times 10^{\frac{0.01}{2.5}} \times \mathcal{R}_{miroir}^2 \times (1 - \tau_{obturation}) \times T_{lentille}^2}{hc/\lambda}$$

$$= \frac{\pi/4 \times (140\text{mm})^2 \times 2,52 \cdot 10^{-8} \times 10^{\frac{0.01}{2.5}} \times 0,9^4 \times (1 - 0,3)}{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8 / 500\text{nm}} \approx 453 \cdot 10^6 \text{ ph/s}$$



échelle longitudinale : $\times 1/5$
échelle transversale : $\times 1$

