

Examen d'optique instrumentale

durée 3h

formulaire A4 recto-verso manuscrit et calculatrice autorisés

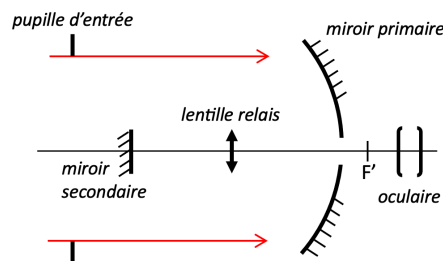
Le sujet présente trois pages et une annexe.

L'annexe, en mentionnant vos nom-prénom, est à rendre avec votre copie.

Etude d'un télescope de type Clavius

En 2002 la société Clave a commercialisé un nouveau type de télescope pour les amateurs, le CLAVIUS 166. Il est équipé d'une optique de relais qui permet de combiner une faible obturation centrale, une large ouverture et une très bonne résolution.

Le télescope est constitué d'un miroir primaire sphérique (de sommet S_1 , de centre de courbure C_1 et de foyer F_1), d'un miroir secondaire plan (de point sur l'axe S_2) et d'une lentille « relais » convergente supposée mince (de centre O et de foyers F_L et F'_L). Le télescope est réglé sur un objet à l'infini. Le schéma ci-dessous n'est pas à l'échelle.



Les données connues sont les suivantes :

- La distance focale du télescope est $|f'| = 1072 \text{ mm}$.
- La pupille d'entrée du télescope a un diamètre de 160 mm et se trouve placée au foyer du miroir primaire F_1 (*attention, elle n'est pas à son centre de courbure !*).
- Le miroir primaire est sphérique concave et son rayon de courbure est 1400 mm.
- La lentille « relais » a une distance focale $f'_L = \overline{OF'_L} = +108 \text{ mm}$.

Un oculaire de grossissement commercial $\times 5$ et d'interstice $\overline{HH'} = +25 \text{ mm}$ permet d'effectuer une observation visuelle (l'œil est supposé emmétrope et au repos).

A. Mise en place

1. Où se situe l'image formée par le miroir primaire d'un objet à l'infini ? Quelle est sa taille pour un objet vu sous un diamètre apparent $\theta = 1^\circ$. Faire l'application numérique.

On appelle foyer intermédiaire F_{INT} l'image réelle du foyer F_1 par le miroir secondaire.

2. Quelle doit-être la nature (réelle ou virtuelle) de l'objet (placé en F_1) pour le miroir secondaire plan ? En déduire la relation algébrique (signe) entre les distances $\overline{S_2 F_{INT}}$ et $\overline{S_2 F_1}$? Justifiez votre réponse.

La lentille « relais » conjugue le foyer intermédiaire F_{INT} et le foyer du télescope F' tel que $\overline{S_1 F'} = +50 \text{ mm}$.

3. Faire un schéma de principe du télescope (sans l'oculaire) en positionnant les points remarquables et en déduire le signe de sa focale.
4. Écrire les conjugaisons à travers tout le télescope (sans l'oculaire) et établir une relation permettant de déterminer le grandissement de la conjugaison réalisée par la lentille « relais » ? Faire l'application numérique.
5. Montrer que la distance $\overline{OF'} = +273 \text{ mm}$. En déduire $\overline{OF_{INT}}$.
6. Montrer que la distance entre les deux miroirs est $\overline{S_2 S_1} = +551 \text{ mm}$.
7. Déterminer par le calcul la position et le diamètre de la pupille de sortie du télescope (avant l'oculaire).
8. Sur l'annexe (échelle longitudinale $\times 1/5$; échelle transversale $\times 1$), le miroir primaire est placé mais sa taille est arbitraire. Positionner le miroir secondaire, la lentille relais, la pupille d'entrée. Puis tracer deux rayons s'appuyant sur les deux bords de la pupille d'entrée provenant d'un point objet à l'infini sur l'axe optique et qui traversent tout l'instrument.
9. Sur l'annexe, positionner la pupille de sortie (avant l'oculaire) à l'aide d'une construction géométrique (*vos traits de crayons seront minimalistes mais suffisamment compréhensibles pour le correcteur*) et vérifier vos calculs de la question 7.
10. Calculer l'ouverture numérique image du télescope.
11. Déterminer la focale de l'oculaire et en déduire le grossissement du système complet, télescope et oculaire réglé sur l'infini.
12. Déterminer le diamètre de la pupille de sortie finale (après l'oculaire) en vous aidant éventuellement de la question 10 (faites un schéma) et déterminez sa position par rapport au foyer image F'_{OC} de l'oculaire.
13. Sur l'annexe, positionner l'oculaire (représenté par ses plans principaux), la pupille de sortie de tout l'instrument et compléter le tracé de rayons de la question 8.

B. Champ

Le diamètre apparent du champ de pleine lumière objet est de $1,3^\circ$.

14. Déterminer le diamètre du champ de pleine lumière dans le plan du foyer du télescope F' , dans le plan du foyer intermédiaire F_{INT} et dans l'espace de sortie après l'oculaire.
15. Sur l'annexe, tracer deux rayons s'appuyant sur les deux bords de la pupille d'entrée pour un point objet à l'infini situé sur l'un des bords du champ de pleine lumière et qui traversent tout l'instrument.
16. Sur l'annexe, mesurer à la règle les diamètres de la lentille « relais », du miroir secondaire, du miroir primaire et du trou central dans le primaire, pour qu'aucun de ces éléments ne limite le champ de pleine lumière.

C. Résolution

17. En supposant que la résolution est limitée uniquement par la résolution de l'œil (limitée à 2 minutes d'arc), calculer la résolution en seconde d'arc dans l'espace objet.
18. Évaluer la résolution du télescope dans l'espace objet en supposant qu'il est limité par la diffraction suivant le critère de Rayleigh pour une longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$.
19. A partir de quel grossissement de l'instrument (télescope et oculaire) la résolution visuelle est-elle limitée par la diffraction du télescope ?

D. Photométrie

On observe une étoile (considérée comme une source ponctuelle) située à une distance d et d'intensité lumineuse I . Quelques données utiles pour la suite,

- Coefficient de réflexion en intensité des miroirs $\mathcal{R}_1 = \mathcal{R}_2 = 0,9$
- Taux d'obturation du télescope $\tau_{OBT} = 0,3$
- Coefficient de transmission en intensité de la lentille relais $\mathcal{T}_L = 0,9$
- Coefficient de transmission en intensité de l'oculaire $\mathcal{T}_{OC} = 0,9$

20. Donnez l'expression du flux P_1 provenant de l'étoile reçu par l'œil sans l'instrument, en fonction, entre autres, du diamètre de la pupille d'entrée de l'œil ϕ_{OEIL} .
21. Donnez l'expression du flux P_2 qui entre dans l'instrument et du flux P_3 qui passe à travers tout l'instrument (oculaire compris) en fonction, entre autres, du diamètre de la pupille d'entrée ϕ_{PE} .
22. En déduire une expression de la clarté de l'instrument définie par le rapport P_3/P_1 . Faire l'application numérique pour $\phi_{OEIL} = 6 \text{ mm}$. Verrez-vous plus ou moins d'étoiles à travers le télescope ?

ANNEXE

nom prénom

échelle longitudinale : X 1/5

échelle transversale : X 1

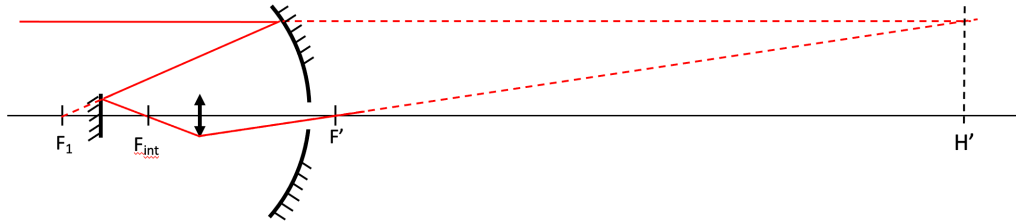
S₁

CORRECTION 1pt par question

1. image en F_1 : $y' = f'\theta = 700 \times \frac{\pi}{180} = 12,2 \text{ mm}$

2. $F_1(\text{virtuel}) \xrightarrow{M2} F_{int}(\text{réel}) \quad \overline{S_2 F_1} = -\overline{S_2 F_{int}}$

3. $\overline{H'F'} < 0$



4. $\theta \xrightarrow{M1} y' = -f_1\theta \xrightarrow{M2} y' \xrightarrow{L} y'' = g_y y' = f'\theta$

$$g_y = -\frac{f'}{f_1} = -\frac{-1072}{-700} = -1,53$$

5. formule conjugaison : $\overline{OF'} = f'_L(1 - g_y) = 273 \text{ mm} \rightarrow \overline{OF_{int}} = \frac{\overline{OF'}}{g_y} = -179 \text{ mm}$

6. $\overline{F_1 S_1} = 2\overline{S_2 F_{int}} + \overline{F_{int} O} + \overline{OF'} + \overline{F' S_1} \rightarrow \overline{S_2 F_{int}} = 149 \text{ mm}$

$$\overline{S_2 S_1} = \overline{S_2 F_1} + \overline{F_1 S_1} = -\overline{S_2 F_{int}} + \overline{F_1 S_1} = 551 \text{ mm}$$

7. $PE = F_1 \xrightarrow{M1} \infty \xrightarrow{M2} \infty \xrightarrow{L} F'_L \rightarrow \phi_{PS} = \phi_{PE} \times \frac{f'_L}{f_1} = 24,7 \text{ mm}$

8. schéma axe

9. schéma pupille

10. $ON' = \frac{1}{2N} = \frac{160}{2 \times 1072} = 0,075$

11. oculaire $\times 5 \rightarrow f'_{oc} = \frac{1}{4 \times 5} = 50 \text{ mm} \rightarrow G = -\frac{f'}{f'_{oc}} = -\frac{-1072}{50} = +21,4$

12. $\phi_{PS} = 2 \times \alpha' \times f'_{oc} = 2 \times ON' \times f'_{oc} = 7,5 \text{ mm} = \frac{\phi_{PE}}{G}$

$$\overline{F_{OC} P S_{(int)}} \times \overline{F'_{OC} P S} = -f'^2_{oc} \rightarrow \overline{F'_{OC} P S} = +15 \text{ mm}$$

13. schéma axe avec oculaire

14. $\phi_{CPL-F'} = f' \times \theta_{CPL} = 24,3 \text{ mm}$

$$\phi_{CPL-F_{int}} = \phi_{CPL-F'} / g_y = 15,9 \text{ mm}$$

$$\theta_{CPL-image} = G \times \theta_{CPL} = 28^\circ$$

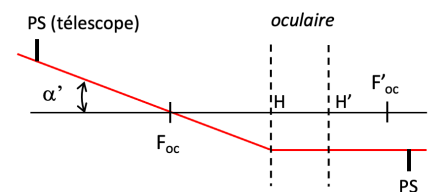
15. schéma hors axe

16. $\phi_{M1} \approx 180 \text{ mm} \quad \phi_{trouM1} \approx 24 \text{ mm} \quad \phi_{M2} \approx 55 \text{ mm} \quad \phi_L \approx 60 \text{ mm}$

17. $\delta\theta_{oeil} = \frac{\delta\theta'_{oeil}}{G} = 0,093' = 5,6''$

18. $\delta\theta_{diff} = 1,22 \frac{\lambda}{\phi_{PE}} = 3,8 \mu\text{rad} = 0,78''$

19. $\frac{\delta\theta'_{oeil}}{G_{MAX}} = \delta\theta_{diff} \rightarrow G_{MAX} = 153$



$$20. \quad P_1 = I \times \Omega_{\text{étoile} \rightarrow \text{oeil}} = I \times \frac{S_{\text{oeil}}}{d^2} = I \times \frac{\pi \phi_{\text{oeil}}^2}{4d^2}$$

$$21. \quad P_3 = \tau \times P_2 = \tau I \times \Omega_{\text{étoile} \rightarrow \text{PE}} = \tau I \times \frac{\pi \phi_{\text{PE}}^2}{4d^2}$$

$$22. \quad C = \tau \times \frac{\phi_{\text{PE}}^2}{\phi_{\text{oeil}}^2} = \mathcal{R}_1 \times \mathcal{R}_2 \times (1 - \tau_{\text{OBT}}) \times \mathcal{T}_L \times \mathcal{T}_{\text{OC}} \times \frac{\phi_{\text{PE}}^2}{\phi_{\text{oeil}}^2} = 327$$

On voit plus d'étoiles 🤩

