

Examen partiel d'optique instrumentale

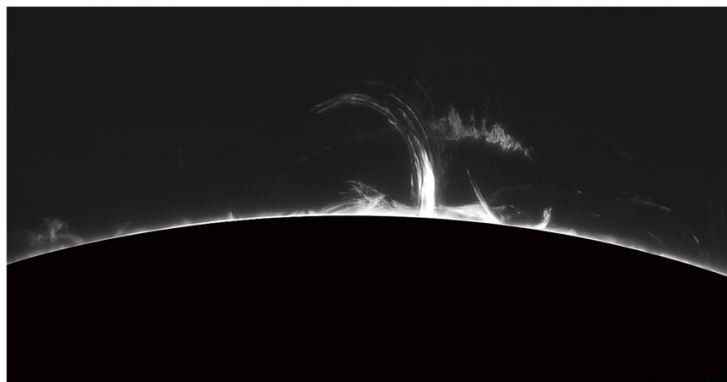
durée 3h

formulaire A4 recto-verso manuscrit et calculatrice autorisés

Le sujet présente trois pages et une annexe.

L'annexe, en mentionnant vos nom-prénom, est à rendre avec votre copie.

Étude du coronographe de Lyot

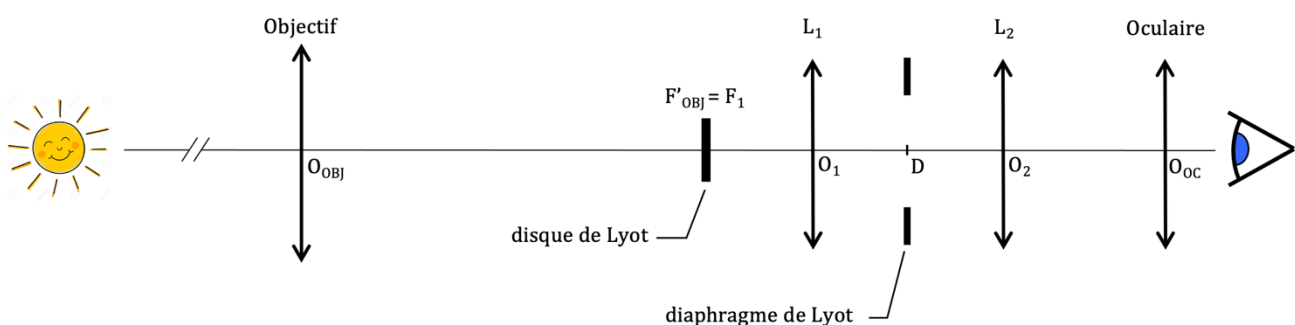


© Philippe Tosi, www.photoastro.com

Un coronographe est un instrument qui permet de former l'image de la couronne solaire. Comme la luminosité du disque solaire est 10^6 fois supérieure à la luminosité de la couronne, il faut, d'une part masquer le disque solaire (comme la lune lors d'une l'éclipse totale), d'autre part combattre la lumière parasite dans l'instrument. Ce problème étudie ces deux aspects dans un instrument appelé coronographe à occultation interne de Lyot.

L'indice optique vaut l'unité dans tous les espaces. Les conditions de Gauss s'appliquent. Les lentilles sont supposées minces et l'œil de l'observateur est emmétrope (sans défaut) et n'accommode pas (il regarde à l'infini).

Le schéma général de l'instrument est le suivant (aucune échelle n'est respectée),



Les données connues des éléments du coronographe sont,

- Un objectif de diamètre $\phi_{OBJ} = 50 \text{ mm}$ et de nombre d'ouverture $N_{OBJ} = 10$.
- Une lentille L_1 de distance focale $f'_1 = 100 \text{ mm}$.
- Une lentille L_2 de distance focale $f'_2 = 100 \text{ mm}$.
- Un oculaire de distance focale $f'_{oc} = 50 \text{ mm}$.
- Le disque de Lyot est placé dans le plan focal image de l'objectif et masque le disque solaire. Son diamètre est $\phi_{DisqueLyot} = 5 \text{ mm}$.
- Le diaphragme de Lyot est la pupille du système et doit stopper les rayons diffractés par le bord de l'objectif. Il est positionné dans le plan de l'image de l'objectif par la lentille L_1 .

1. Déterminer la distance focale f'_{OBJ} de l'objectif et la distance $\overline{O_{OBJ}O_1}$ entre l'objectif et la lentille L_1 .
2. Les lentilles L_1 et L_2 forment un système afocal. Déterminer la distance $\overline{O_1O_2}$ entre ces deux lentilles.
3. Déterminer le grandissement transversal g_{y-12} et longitudinal g_{z-12} du système $\{L_1, L_2\}$.
4. Déterminer la distance $\overline{O_2O_{OC}}$ entre la lentille L_2 et l'oculaire pour que le coronographe soit un instrument afocal.
5. Calculer le grossissement G_C du coronographe et préciser son signe. Faire l'application numérique.

Dans l'espace objet de l'instrument, le diamètre apparent du Soleil varie de $31,5'$ (Terre à l'aphélie) à $32,5'$ (Terre au périhélie).

6. Montrer que le disque de Lyot couvre largement l'image du disque solaire. *On rappelle que : $1^\circ(\text{degré}) = 60'(\text{minutes}) = 3600''(\text{secondes}) = \pi/180 (\text{radian})$.*
7. Sous quel angle l'observateur verra-t-il le disque de Lyot ? Faire l'application numérique.

Pour stopper les rayons diffractés par le bord de l'objectif, le diaphragme de Lyot doit se trouver dans le plan de l'image de l'objectif par la lentille L_1 . On appelle D le point sur l'axe du diaphragme.

8. Calculer la position $\overline{O_1D}$ et le diamètre ϕ'_{OBJ} de cette image.

On choisit un diamètre $\phi_{DiaphLyot} = 8 \text{ mm}$ pour le diaphragme de Lyot. Celui-ci est alors le diaphragme d'ouverture de l'instrument.

9. Déterminer la position et le diamètre de la pupille d'entrée du coronographe.
10. Dans ces conditions, quel est le nombre d'ouverture utile de l'objectif ?
11. Calculer le diamètre et la position de la pupille de sortie du coronographe.
12. Sur l'annexe (échelle longitudinale $\times 1/5$ - échelle transversale $\times 2$), l'objectif est placé mais sa taille est arbitraire. Positionner tous les autres éléments (L_1 , L_2 , oculaire, disque de Lyot) et positionner, à l'aide de constructions géométriques, la position du diaphragme de Lyot (son diamètre est imposé à 8 mm) et les pupilles d'entrée et de sortie. *Vos traits de crayon pour les tracés de pupilles seront minimalistes mais suffisamment compréhensibles pour le correcteur. Prenez le temps de confronter vos valeurs obtenues par le tracé et vos valeurs calculées.*

13. Sur l'annexe, tracer deux rayons s'appuyant sur les deux bords de la pupille d'entrée provenant d'un point objet à l'infini sur l'axe optique et qui traversent tout l'instrument.

On désire observer un champ de pleine lumière objet correspondant au double du diamètre apparent du disque solaire (Terre au périhélie).

14. Déterminer les diamètres du champ de pleine lumière dans les tous les espaces de l'instrument (objet, intermédiaires et image). Faire l'application numérique.
15. Sur l'annexe, tracer deux rayons s'appuyant sur les deux bords de la pupille d'entrée pour un point objet à l'infini situé sur l'un des bords du champ de pleine lumière et qui traversent tout l'instrument.
16. Sur l'annexe, déterminer par une mesure à la règle le diamètre minimum de la lentille L_1 , de la lentille L_2 et de l'oculaire pour obtenir le champ de pleine lumière précédemment calculé.

On désire équiper le coronographe d'un capteur rectangulaire de longueur 6,4 mm et de largeur 4,8 mm. Les pixels sont carrés de côté $3 \mu\text{m}$. On appelle O_{capteur} le point sur l'axe du capteur. Dans le plan du capteur, on souhaite obtenir une image réelle du disque de Lyot de 2,5 mm de diamètre. On doit donc déplacer l'oculaire.

17. Déterminer la nouvelle position de l'oculaire en calculant la distance $\overline{F'_2 O_{OC}}$ et la distance $\overline{O_{OC} O_{\text{capteur}}}$ pour obtenir une image nette sur le capteur.
18. Déterminer la résolution transversale dans le plan objet. Faire l'application numérique en prenant si nécessaire une longueur d'onde de 500 nm.

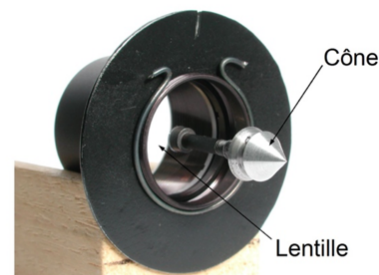
Fin du sujet

Remarques pour les curieuses et les curieux

Le disque de Lyot, qui occulte le Soleil, est en fait une pièce conique réfléchissante. La lumière qui forme l'image du disque solaire est donc renvoyée sur les parois de l'instrument ce qui limite l'échauffement. On évite aussi qu'elle retourne vers l'objectif car celui-ci en réfléchirait une partie qui parasiterait la faible image de la couronne.

La couronne solaire est constituée essentiellement d'hydrogène et d'hélium.

C'est dans cette zone que prennent naissance les protubérances dont la couleur rouge est due à l'émission prépondérante d'une radiation particulière de l'hydrogène, appelée raie H α émise à la longueur d'onde 656,3nm. Un filtre interférentiel est donc également disposé entre les lentilles L_1 et L_2 pour atténuer la lumière du ciel (et du Soleil en cas de mauvais réglage). Il limite le spectre lumineux un nanomètre autour de la longueur d'onde 656,3 nm, augmentant ainsi le contraste avec lequel on voit les protubérances.



www.astroclubdelagirafe.fr

ANNEXE / Nom Prénom

échelle longitudinale : $\times 1/5$
échelle transversale : $\times 2$

OBJECTIF



CORRECTION 1pt par question sauf Q11 et Q15 à 2 pts

- $N_{OBJ} = \frac{f'_{OBJ}}{\phi_{OBJ}} = 10 \rightarrow f'_{OBJ} = 500 \text{ mm}$ et $\overline{O_{OBJ}O_1} = 600 \text{ mm}$
- $\overline{O_1O_2} = f'_1 + f'_2 = 200 \text{ mm}$
- $F_1(y) \xrightarrow{L1} \infty(\theta) \xrightarrow{L2} F_2(y') \rightarrow g_y\{L_1 + L_2\} = -\frac{f'_2}{f'_1} = -1 \left(= \frac{y'}{y} = \frac{f'_2\theta}{-f'_1\theta} \right); g_{yz}\{L_1 + L_2\} = +1$
- $\overline{O_2O_{oc}} = f'_2 + f'_{oc} = 150 \text{ mm}$
- $G = G\{obj + oc\} \times g_y\{L_1 + L_2\} = -\frac{f'_{obj}}{f'_{oc}} \times -1 = +10$

ou $G = G\{obj + L1\} \times G\{L2 + oc\} = -\frac{f'_{obj}}{f'_1} \times -\frac{f'_2}{f'_{oc}} = \frac{f'_{obj}}{f'_{oc}} = 10$

- Le disque ramené dans l'espace objet à un diamètre apparent $\theta_{disque} = \frac{\phi_{disque}}{f'_{obj}} = 34,4' > \theta_{soleil}$
- $\theta'_{disque} = G \times \theta_{disque} = \frac{\phi_{disque}}{f'_{oc}} = 343' = 5,7^\circ = 0,1 \text{ radians}$

- On a la conjugaison suivante : $O_{obj} \xrightarrow{L1} D$

$$\overline{F_1O_{obj}} \times \overline{F'_1D} = -f'^2_1 \rightarrow \overline{F'_1D} = +20 \text{ mm} \rightarrow \overline{O_1D} = +120 \text{ mm}$$

$$\phi'_{obj} = \phi_{obj} g_y = \phi_{obj} \frac{\overline{O_1D}}{\overline{O_1O_{obj}}} = \phi_{obj} \frac{120}{600} = \phi_{obj} \frac{1}{5} = 10 \text{ mm}$$

- La pupille d'entrée est l'image du diaphragme de Lyot par L_1 . La question précédente a montré que le grandissement est de 1/5 dans l'autre sens donc 5 dans le sens qui nous intéresse. Le diamètre de la pupille d'entrée est donc $8 \times 5 = 40 \text{ mm}$ et est positionnée sur le plan de l'objectif.

- Le nombre d'ouverture effectif de l'objectif est donc, $N_{effectif} = \frac{f'_{obj}}{\phi_{PE}} = \frac{500 \text{ mm}}{40 \text{ mm}} = 12,5$

- Le coronographe est un système afocal de grossissement 10. Donc le grandissement transversal est de 1/10 (constant qq soit la conjugaison), ce qui donne un diamètre pour la pupille de sortie de $40 \text{ mm} \times 1/10 = 4 \text{ mm}$. Son placement est déterminé par les deux conjugaisons du diaphragme de Lyot à travers L_2 puis oculaire. On

$$a, D \xrightarrow{L2} D' \xrightarrow{\text{oculaire}} Ps$$

$$1^{\text{ère}} \text{ conjugaison : } \overline{F_2D} \times \overline{F'_2D'} = -f'^2_2 \text{ et } 2^{\text{ème}} \text{ conjugaison donne : } \overline{F_{oc}D'} \times \overline{F'_{oc}Ps} = -f'^2_{oc}$$

$$\text{Puisque } F'_2 = F_{oc} \text{ il vient simplement : } \overline{F_{oc}D'} \times \overline{F'_{oc}Ps} = \overline{F_2D'} \times \overline{F'_{oc}Ps} = \frac{-f'^2_2}{\overline{F_2D}} \times \overline{F'_{oc}Ps} = -f'^2_{oc}$$

$$\rightarrow \overline{F'_{oc}Ps} = \overline{F_2D} \frac{f'^2_{oc}}{f'^2_2} = 20 \times \frac{50^2}{100^2} = +5 \text{ mm}$$

- Annexe : positionnement et tracé des pupilles

- Annexe : Tracé sur l'axe

- $\theta_{CPL} = 2\theta_{soleil} = 2 \times 32,5' = 65'$

$$\phi_{INT1-CPL} = f'_{obj} \times \theta_{CPL} = f'_{obj} \times 2\theta_{soleil} = 500 \times 2 \times 32,5' = 9,5 \text{ mm}$$

$$\theta_{INT2-CPL} = \frac{\phi_{INT1-CPL}}{f'_1} = 0,095 \text{ radians} = 5,44^\circ = 326'$$

$$\phi_{INT3-CPL} = \phi_{INT1-CPL} = 9,5 \text{ mm en valeur absolue}$$

$$\theta'_{CPL} = G \times \theta_{CPL} = 650' = 10,8^\circ = 0,19 \text{ radians}$$

15. Annexe : Tracé en bord de CPL

16. Graphiquement (= à la règle) → $\phi_{L1} \sim 20 \text{ mm}$; $\phi_{L2} \sim 15 \text{ mm}$; ; $\phi_{OC} \sim 15 \text{ mm}$

17. $g_{y-oc} = -\frac{1}{2} \rightarrow \overline{F'_2 O_{OC}} = \frac{1-g_{y-oc}}{g_{y-oc}} f'_{oc} = -150 \text{ mm} \rightarrow \overline{O_{OC} O_{capteur}} = \overline{F'_2 O_{OC}} \times g_{y-oc} = 75 \text{ mm}$

18. Il faut comparer la résolution due à la diffraction (au sens du critère de Rayleigh) et celle du pixel.

$$\delta\theta_{diffraction-objet} = \frac{1,22\lambda}{\phi_{PE}} = \frac{0,5 \mu\text{m}}{40 \text{ mm}} = 0,015 \text{ mrad}$$

Pour ramener le pixel dans l'espace objet il faut recalculer la focale du système. En effet l'oculaire travaille avec un grandissement de -1,5 donc la focale équivalente est $f'_{OBJ \times g_{y-oc}} = 250 \text{ mm}$.

$$\delta\theta_{pixel-objet} = \frac{\text{pixel}}{f'_{OBJ \times g_{y-oc}}} = \frac{3 \mu\text{m}}{250 \text{ mm}} = 0,012 \text{ mrad}$$

La résolution est donc ici limitée par la diffraction mais de peu.

