TD 5 / FILTRER EFFICACEMENT UN SIGNAL ÉLECTRIQUE

Correction

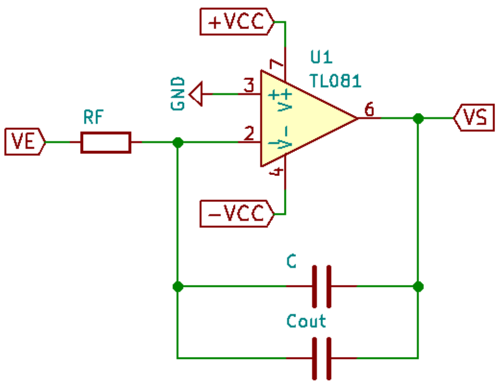
Exercice 1 - Filtre universel

Notions abordées

- utilisation de 2 circuits à ALI
- mise en cascade de systèmes
- étude d'un filtre universel

Bloc intégrateur

On se propose d'étudier la réponse du système suivant :



Donner la relation entre V_S et V_E.

Réponse

Le montage associé est un amplificateur inverseur. Ainsi, on a : $V_S = V_E \cdot (-Z_C/R)$ avec $Z_C = 1/(j \cdot \omega(C + C_{out})$.
Ainsi :

$$\frac{V_S}{V_E} = \frac{-1}{j \cdot \omega \cdot R_F \cdot (C + C_{out})}$$

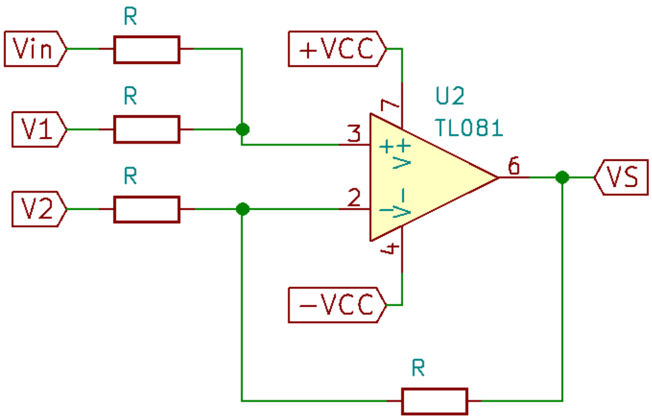
Complément d'information

On peut profiter pour faire un rappel sur la transformée de Fourier et la dérivée/intégration dans l'espace des fréquences :
$TF[f'(t)] = \int_0^{+\infty} exp(-j\omega t) f'(t) dt$
Par intégration par partie, on obtient :
$TF[f'(t)] = [exp(-j\omega t) f(t)] - 0^{+\infty} - (-j\omega) \int_0^{+\infty} exp(-j\omega t) f(t) dt$
Ainsi : $TF[f'(t)] = p \cdot TF[f(t)] - f(0)$

On peut montrer de la même façon que : $TF[\int_0^t f(\tau) d\tau] = \frac{1}{j\omega} \cdot TF[f(t)]$

Bloc additionneur

On s'intéresse à présent au bloc suivant :



Donner la relation entre V_S, V_1, V_2 et V_{in}.

Réponse

L'ALI est en mode linéaire : $V+ = V-$.
Par application du théorème de Millman, on obtient :

$$V+ = \frac{\frac{V_S}{R} + \frac{V_2}{R}}{\frac{2}{R}}$$

$$V- = \frac{\frac{V_{in}}{R} + \frac{V_1}{R}}{\frac{2}{R}}$$

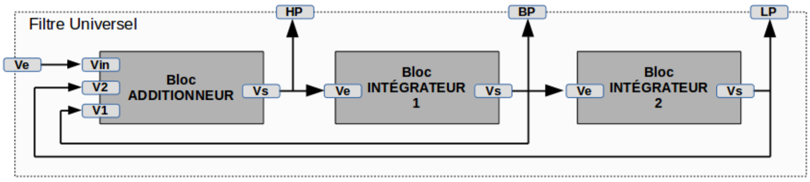
Ainsi :

$$V_S = V_{in} + V_1 - V_2$$

Structure universelle

Soit la structure suivante, basée sur les montages vus précédemment :

1. Calculer V_{HP} en fonction de V_{in} et des divers composants.



Réponse

$V_{HP} = V_{in} + V_{BP} + V_{LP}$
Or, $V_{BP} = -\frac{V_{HP}}{j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega}$ et $V_{LP} = -\frac{V_{BP}}{j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega} = \frac{V_{HP}}{(j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega)^2}$
Ainsi :

$$V_{HP} = V_{in} - \frac{V_{HP}}{j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega} - \frac{V_{HP}}{(j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega)^2}$$

On obtient alors la fonction de transfert suivante :

$$\frac{V_{HP}}{V_{in}} = \frac{(j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega)^2}{1 + j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega + (j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega)^2}$$

2. Calculer V_{BP} et V_{LP}.

Réponse

$V_{BP} = -\frac{V_{HP}}{j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega}$ et $V_{LP} = -\frac{V_{BP}}{j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega} = \frac{V_{HP}}{(j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega)^2}$
On obtient alors :

$$\frac{V_{BP}}{V_{in}} = \frac{-j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega}{1 + j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega + (j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega)^2}$$

Et :

$$\frac{V_{BP}}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega + (j \cdot R_F \cdot C \cdot \omega)^2}$$

3. Que peuvent signifier les noms donnés aux signaux de sortie ?

Réponse

On s'aperçoit que les fonctions de transfert trouvées aux questions précédentes correspondent respectivement à :

— $\frac{V_{HP}}{V_{in}}$ celle d'un filtre passe-haut du second ordre (High Pass)
— $\frac{V_{BP}}{V_{in}}$ celle d'un filtre passe-bande (Band Pass)
— $\frac{V_{LP}}{V_{in}}$ celle d'un filtre passe-bas du second ordre (Low Pass)

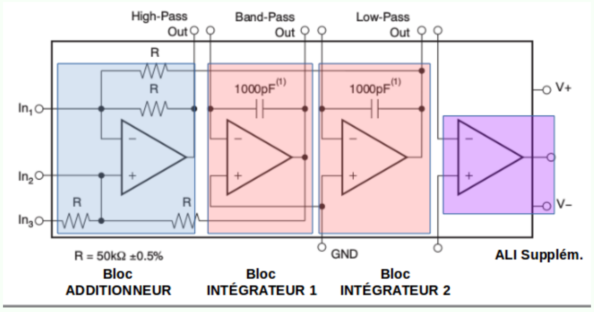
Etude du composant UAF42

On souhaite s'intéresser au composant UAF42, dont quelques pages de documentation technique sont données en annexe.

1. Retrouve-t-on la structure étudiée précédemment dans le schéma de la page 1 de la documentation technique ?

Réponse

On retrouve des parties de ces structures. Il manque alors des résistances pour les intégrateurs afin de pouvoir choisir la valeur de la constante de temps de chacun des intégrateurs.
Un ALI supplémentaire est également ajouté.



2. Le câblage de la figure 1 de la page 6 de la documentation technique est-il conforme à la structure universelle proposée précédemment ?

Réponse

Oui, on retrouve l'ensemble des éléments précédents.

3. Retrouve-t-on la fonction de transfert calculée précédemment ?

Réponse

Si on s'intéresse aux équations données à la page 5 de la documentation technique, on retrouve en effet des fonctions de transfert proches de celle calculée précédemment. Avec $s = j \cdot \omega$.

4. Que doivent valoir R_{F1} et R_{F2} pour obtenir une pulsation de coupure de 30 10^3 rd/s ?

Réponse

D'après la formule en dessous de la figure 1 de la page 6 de la documentation technique, on a : $\omega_n^2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{R_{F1} \cdot R_{F2} \cdot C_1 \cdot C_2}$.
On a aussi $C_1 = C_2 = 1\,\text{nF}$ et $R_1 = R_2$.
On a alors :

$$R_{F1} \cdot R_{F2} = \frac{1}{\omega_n^2 \cdot C_1 \cdot C_2}$$

AN : $R_{F1} \cdot R_{F2} = 1.11 \cdot 10^9$
Si on choisit $R_{F1} = R_{F2} = R$, alors $R = 33\,\text{k}\Omega$

Exercice 2 - Filtre paramétrable

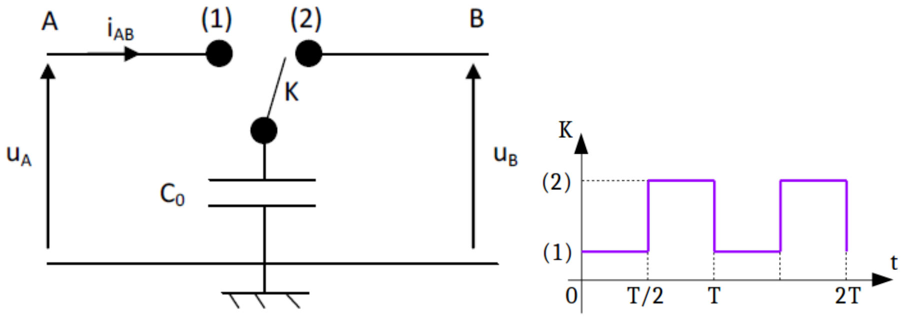
Notions abordées

- ▷ étude de l'effet capacité commutée
- ▷ structure intégratrice à capacité commutée
- ▷ étude d'un filtre actif intégré

Nous allons nous intéresser à présent à des filtres dont la fréquence de coupure est pilotable par un signal extérieur.

Capacité commutée

On donne dans un premier temps la structure suivante, dont l'interrupteur K est piloté par le signal de commande ci-dessous :



1. Calculer la charge stockée dans C_0 entre les instants 0 et $T/2$, puis entre les instants $T/2$ et T.

Réponse

Pour $0 <= t <= T/2$, on a $u_{C0} = u_A$ et $Q_A = C_0 \cdot u_A$.
Pour $T/2 <= t <= T$, on a $u_{C0} = u_B$ et $Q_B = C_0 \cdot u_B$.

2. Quelle quantité de charges passe de A vers B entre les instants 0 et T ?

Réponse

$\Delta Q = Q_A - Q_B = C_0 \cdot (u_A - u_B)$

3. Calculer alors le courant moyen circulant du point A au point B pendant une période T.

Réponse

$i_{AB} = \Delta Q/T = C_0 \cdot (u_A - u_B)/T = f \cdot C_0 \cdot (u_A - u_B)$

4. Donner l'expression de la résistance équivalente R_{AB} vue entre les bornes A et B de cette cellule.

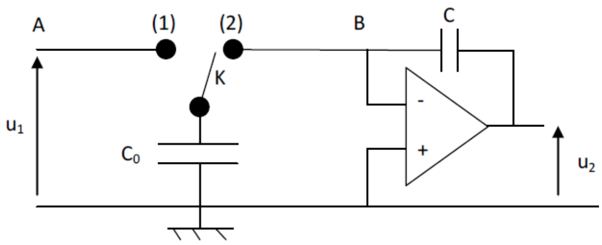
Réponse

$R_{AB} = (u_A - u_B)/i_{AB} = 1/(f \cdot C_0)$

Intégrateur à capacité commutée

On réalise un intégrateur à partir du circuit de la figure 2.

1. Donner la fonction de transfert du circuit $T(j\omega) = u_2/u_1$ en fonction de R_{AB} et de C.



Réponse

$\frac{u_2}{u_1} = \frac{-Z_C}{R_{AB}}$ avec $Z_C = \frac{1}{j \cdot C \cdot \omega}$.

2. Que devient alors la fonction de transfert $T(j\omega) = u_2/u_1$ en fonction des éléments du système (C_0 et C) ?

Réponse

$$T(j\omega) = \frac{C_0 \cdot f}{j \cdot C \cdot \omega}$$

où f est la fréquence de commutation de l'interrupteur K.

3. Quel est l'intérêt d'un tel circuit ?

Réponse

Pouvoir piloter la fréquence de transition des intégrateurs.

Etude du MAX296

On s'intéresse au composant MAX296 dont une partie de la documentation technique est donnée en annexe.

1. Quelles sont les fréquences maximales utilisables sur l'entrée INPUT ? Sur l'entrée CLOCK ? Quelles sont les applications visées ?

Réponse

D'après la page 1 de la documentation, sur le MAX296, les signaux d'entrée peuvent aller jusqu'à 50 kHz.
Le signal d'horloge (CLOCK) doit avoir une fréquence 50 fois plus grande que la fréquence de coupure souhaité. On peut donc monter jusqu'à une fréquence de $50 \cdot 50\,\text{kHz} = 2.5\,\text{MHz}$.
Ce sont principalement des filtres anti-repliement de spectre prévus pour des applications audio :

- spectre : 20 Hz à 20kHz
- fréquences d'échantillonnage : 44 kHz

2. Quelle fréquence faut-il appliquer sur l'entrée CLOCK pour avoir une fréquence de coupure de 3 kHz ? Que vaut alors l'amplification théorique du signal à : (a) 300 Hz ? (b) 30 kHz ? (c) 5 kHz ?

Réponse

Il faut appliquer une fréquence de $50 \cdot 3\,\text{kHz}$, soit 150 kHz.

A 300 Hz, le signal est encore dans la bande passante du filtre, il n'est donc pas atténué. Le gain vaut 0 dB, l'amplification vaut donc 1.

A 30 kHz, le signal a une fréquence ayant une décade d'écart par rapport à la fréquence de coupure du filtre. Le filtre ayant un ordre de 8, le signal perd 160 dB par décade.
On alors : $G = -160\,\text{dB}$ ce qui équivaut à $A = 10^{-160/20} = 10^{-8}$.

A 5 kHz, on est déjà en dehors de la bande passante. La pente est alors de -160dB/décade. On a alors une droite de type : $y = -160 \cdot (log(f) - log(3000))$ (f étant la fréquence recherchée et 3000 étant la fréquence de coupure) - on pourra rappeler que $log[K.f] = log[K] + log[f]$.
Ainsi, on a $y = -160 \cdot (log[5000] - log[3000]) = -35\,\text{dB}$. Et $A = 10^{-35/20} = 0.018$

3. Avec un filtre du second ordre (type Rauch) avec une pulsation de coupure à la même valeur, quelle aurait été l'amplification : (a) à 30 kHz ? (b) à 5 kHz ?

Réponse

Un filtre du second ordre à une décroissance de 40dB/décade en dehors de la bande-passante.
A 30 kHz, le signal a une fréquence ayant une décade d'écart par rapport à la fréquence de coupure du filtre.
On alors : $G = -40\,\text{dB}$ ce qui équivaut à $A = 10^{-40/20} = 10^{-2}$.

A 5 kHz, on est déjà en dehors de la bande passante. La pente est alors de -40dB/décade. On a alors une droite de type : $y = -40 \cdot (log(f) - log(3000))$ (f étant la fréquence recherchée et 3000 étant la fréquence de coupure).
Ainsi, on a $y = -40 \cdot (log[5000] - log[3000]) = -8.8\,\text{dB}$. Et $A = 10^{-8.8/20} = 0.36$.