

Commande d'un robot à trois roues omni-wheel

1 Relation entre vitesse du châssis et vitesse des roues

D'après *A Simple Introduction to Omni Roller Robots* disponible ici :

<http://modwg.co.uk/wp-content/uploads/2015/06/OmniRoller-Holonomic-Drive-Tutorial.pdf>

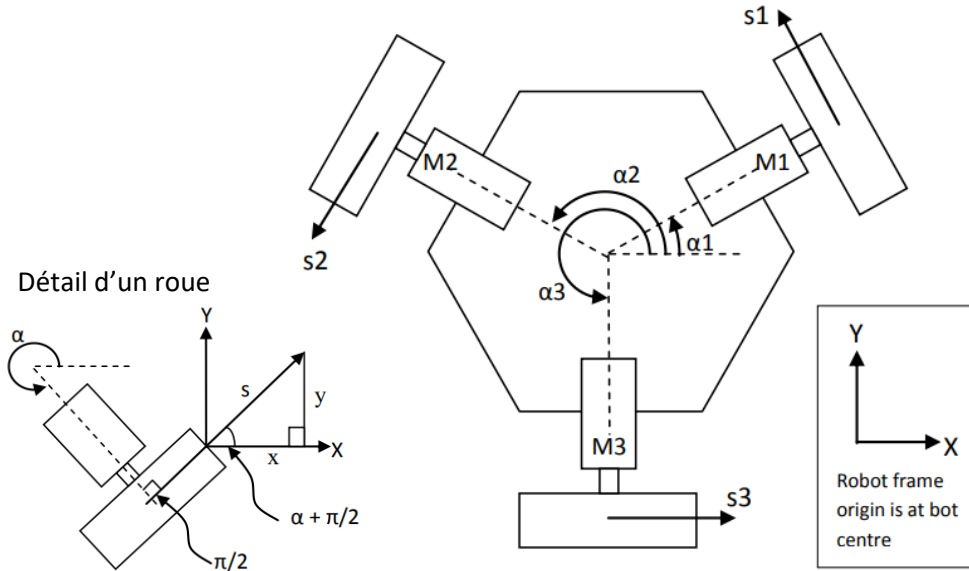


Figure 1: Structure mécanique et paramétrisation du châssis

Le robot est composé de trois ensembles $\{moteur + roue\}$ noté $M_i, i \in \{1, 2, 3\}$. Ces ensembles sont répartis également sur un cercle, ils sont donc espacés de 120° . Ainsi on a $\alpha_1 = 30^\circ, \alpha_2 = 150^\circ$ et $\alpha_3 = 270^\circ$.

Le repère $\mathcal{R}_0 = \{O, \mathbf{x}, \mathbf{y}\}$ est associé au châssis du robot.

Chaque roue de rayon R_r a une vitesse de rotation notée ω_i , ce qui engendre une vitesse de translation de norme $s_i = R_r \omega_i$ orienté selon un angle $\alpha_i + \frac{\pi}{2}$ avec l'axe (Ox) .

On note (v_{xi}, v_{yi}) la décomposition du vecteur \mathbf{s}_i dans le repère \mathcal{R}_0 .

$$\begin{cases} v_{xi} = \cos\left(\alpha_i + \frac{\pi}{2}\right) s_i \\ v_{yi} = \sin\left(\alpha_i + \frac{\pi}{2}\right) s_i \end{cases}$$

On note (V_x, V_y) la décomposition du vecteur vitesse du châssis dans le repère \mathcal{R}_0 . Alors V_x (resp. V_y) est égale à la somme de toutes les composantes v_{xi} (resp. v_{yi}) pour $i \in \{1, 2, 3\}$.

$$\begin{cases} V_x = \cos\left(\alpha_1 + \frac{\pi}{2}\right) s_1 + \cos\left(\alpha_2 + \frac{\pi}{2}\right) s_2 + \cos\left(\alpha_3 + \frac{\pi}{2}\right) s_3 = -0.5s_1 - 0.5s_2 + s_3 \\ V_y = \sin\left(\alpha_1 + \frac{\pi}{2}\right) s_1 + \sin\left(\alpha_2 + \frac{\pi}{2}\right) s_2 + \sin\left(\alpha_3 + \frac{\pi}{2}\right) s_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}s_1 - \frac{\sqrt{3}}{2}s_2 \end{cases}$$

De plus la vitesse de rotation ω du châssis autour de son centre de masse est simplement la somme des normes de la vitesse de translation de chaque roue.

$$\omega = s_1 + s_2 + s_3$$

Ces trois relations peuvent être mises sous forme vectorielle :

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} \text{ avec } M = \begin{pmatrix} -0.5 & -0.5 & 1 \\ \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Avec cette relation, on peut connaissant la vitesse de chaque roue déterminer les mouvements du châssis. C'est la relation inverse qui sera plus pratique pour commander le robot, pour cela il faut inverser la matrice M .

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega \end{pmatrix} \text{ avec } M^{-1} = \begin{pmatrix} -1/3 & 1/\sqrt{3} & 1/3 \\ -1/3 & -1/\sqrt{3} & 1/3 \\ 2/3 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$$

Pour avancer tout droit (selon (Oy)), ce qui correspond au vecteur $\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, les vitesses des roues

doivent être $\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$. En particulier lorsque les roues avancent d'une unité, le châssis avance de $\sqrt{3}$ unité.

Pour tourner sur lui-même, ce qui correspond au vecteur $\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, les vitesses des roues doivent

être $\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.