

Travaux Pratiques d'Optique

Interféromètre de Michelson

L'interféromètre de Michelson	1
Introduction	1
1 Préparation : description théorique	5
2 Réglages de l'interféromètre	16
3 Études à réaliser	19
Annexes	31

Salles : S1.11 - S1.17 - S1.19 - S1.23 - S1.27 - S1.31

lense.institutoptique.fr | Première année | Optique S5

Cycle Ingénieur - 1^{ère} année - S5 -Palaiseau
Version du 7 juillet 2023
Année 2022-2023

L'interféromètre de Michelson

Objectifs A l'issue de ces séances de TP, vous serez capables :

- d'aligner l'interféromètre de Michelson en moins de 15 min,
- d'étudier les cohérences temporelle et spatiale de sources lumineuses,
- de mesurer l'intervalle spectral d'un doublet.

Sommaire

	Introduction	1
1	Préparation : description théorique	5
2	Réglages de l'interféromètre	16
3	Études à réaliser	19
	Annexes	31

Introduction

Pour la petite histoire...

L'interféromètre de Michelson est un interféromètre à deux ondes produisant deux répliques identiques d'un même faisceau incident (division d'amplitude) et qui permet de nombreuses configurations intéressantes. Albert Michelson fit en 1887 avec Edouard Morley une expérience restée célèbre en faisant tourner un interféromètre de ce type monté sur une dalle de grès flottant dans un bain de mercure. L'objectif était de démontrer la présence d'un « éther », une sorte de matière présumée qui devait servir de support à la propagation des ondes lumineuses, de la même manière que l'air est nécessaire à la propagation des ondes sonores. L'interféromètre créé devait permettre de détecter un infime changement de la vitesse de la lumière, dû à la composition de la vitesse de la lumière et de la vitesse de la Terre, sur laquelle avait lieu la mesure. La stabilité de la position de la frange centrale en lumière blanche vérifiée expérimentalement à quelques centièmes de frange près sur des trajets optiques de

10 m de longueur plongea les auteurs et toute la communauté des physiciens dans la perplexité. L'éther n'existait pas. Un doute fut ainsi introduit dans l'édifice de la physique classique pourtant auréolé de tant de succès au XIXe siècle. Cette expérience négative qui montre que la vitesse de la lumière ne dépend pas du référentiel de mesure est à l'origine de la théorie de la relativité, établie quelques années plus tard par Albert Einstein.

En 1892, A. Michelson vient construire à Sèvres un interféromètre spécifique pour comparer la longueur d'onde de la radiation rouge d'une lampe à cadmium au Prototype International du mètre, en platine iridié ($\text{Pt}_{0,9}\text{Ir}_{0,1}$). Cette mesure reprise par Charles Fabry (plus tard premier directeur de l'Institut d'Optique !) au Conservatoire des Arts et Métiers conduira d'abord à la définition de l'angström, puis en 1960 à la première définition atomique du mètre fondée sur la longueur d'onde dans le vide de la radiation orangée du krypton 86, et enfin à sa définition actuelle, fondée sur la vitesse de la lumière dans le vide et l'étalon de temps, qui date d'octobre 1983. Albert Michelson a reçu le prix Nobel de physique en 1907¹.

1. "for his optical precision instruments and the spectroscopic and metrological investigations carried out with their aid", http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1907/

Déroulement du TP

On étudiera dans cette manipulation deux types de franges : les franges d'égalé inclinaison en configuration lame d'air les franges d'égalé épaisseur en configuration coin d'air. Deux aspects de la cohérence de la lumière seront également étudiés : la cohérence temporelle ou finesse spectrale de la source, et la cohérence spatiale liée à son extension spatiale.

Le TP se déroule sur 2 séances de 4 h 30. Le sujet est séparé en trois parties :

- une partie théorique, qu'il est demandé de lire attentivement et de traiter **avant la première séance** : les questions de préparation seront vérifiées par l'enseignant·e, qui pourra vous aider si vous rencontrez des difficultés.
- une partie de réglages, à effectuer au début de chaque séance (et plus si affinité...).
- une partie expérimentale, comprenant plusieurs études à répartir sur les deux séances.

La partie théorique doit vous aider à comprendre les phénomènes à étudier lors du TP, mais aussi à rédiger votre compte-rendu car elle est indispensable à la confrontation des observations et résultats expérimentaux avec la théorie. Les réponses aux questions de préparation **ne sont pas à rendre avec le compte-rendu**, elles seront simplement vérifiées en début de séance. Vous pouvez évidemment y faire référence dans votre compte-rendu quand cela est pertinent.

Un seul compte-rendu, à rendre au maximum une semaine après la deuxième séance, rassemblera l'ensemble de vos résultats et de vos remarques de façon synthétique et concise. Répondez bien à toutes les questions du sujet, sans pour autant présenter votre compte-rendu comme **une simple succession de réponses** ! Ce compte-rendu doit avoir l'esprit d'un rapport scientifique fait par un·e ingénieur·e et répondant aux problématiques qui lui sont posées (avec introduction, analyse, conclusion, etc...). Vous prendrez soin d'analyser et d'interpréter le plus clairement possible vos observations, en faisant part des difficultés rencontrées le cas échéant.

Il est également demandé de ne pas recopier ou paraphraser des paragraphes entiers du sujet, **en particulier toute la procédure de réglage de l'interféromètre** ! Si besoin, donnez simplement les conditions nécessaires à la visualisation de franges, **sans rentrer dans le détail**. Le cœur du compte-rendu doit commencer à partir de la partie 3 "Études à réaliser".

Tous les résultats expérimentaux doivent bien-sûr être donnés avec leur incertitude. Vous trouverez en annexe une synthèse sur l'évaluation et le calcul

des incertitudes adaptée au TP Michelson qui nous concerne ici. Aidez-vous de cette annexe pour présenter correctement vos résultats. Il ne s'agit ici que d'une version simplifiée : nous vous suggérons vivement de lire attentivement le polycopié plus détaillé dédié aux incertitudes (qui est une annexe du bloc de TP « Mesures optiques visuelles ») à l'adresse suivante :

<http://lense.institutoptique.fr/mine/estimer-incertitudes/>

Il vous permettra de bien comprendre et de traiter les incertitudes avec rigueur : chiffres significatifs, propagation d'incertitudes dans les formules, mesures de répétabilité, intervalle de confiance, etc... Vous en aurez besoin tout au long du TP et même de votre scolarité.

Au moindre doute sur les manipulations, les questions du TP, la théorie, les modalités du compte-rendu... n'hésitez pas à solliciter l'enseignant·e !

1 Préparation : description théorique

Cette partie reprend des résultats que vous avez vus (ou que vous verrez très prochainement) en cours et en TD d'optique physique. Nous rappelons ici les principes généraux des interférences appliqués particulièrement à l'interféromètre de Michelson. Lisez très attentivement cette partie avant votre arrivée en TP et ne tardez pas à poser vos questions aux enseignants si quelque chose bloque. Vous aurez l'opportunité de vous familiariser avec tous les concepts abordés ici de façon pratique et de vous les approprier de façon plus intuitive (c'est le principe d'un TP!).

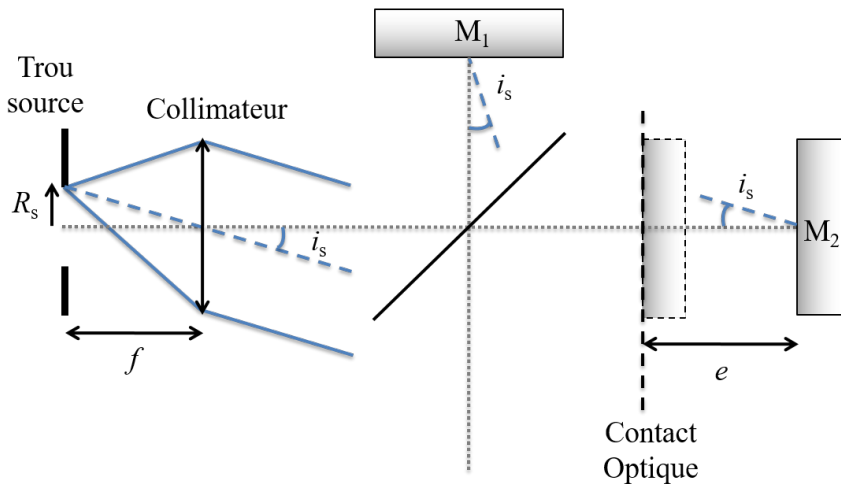


FIGURE 1 – Principe de l'interféromètre de Michelson

La figure 1 représente schématiquement le montage expérimental du Michelson éclairé en lumière collimatée. Une source lumineuse, a priori quelconque et non représentée sur le schéma, éclaire un trou-source de rayon R_S , lui-même centré au foyer d'un collimateur. Chaque point du trou-source génère un faisceau de lumière parallèle, dont l'angle d'incidence dépend de sa position : incidence nulle $i = 0$ pour le point central ($r = 0$), et incidence maximale i_S pour un point au bord du trou-source ($r = R_S$). Une lame semi-réfléchissante (la séparatrice) divise la lumière incidente en deux faisceaux distincts, puis les recombine après réflexion sur le miroir M_1 pour l'un et le miroir M_2 pour l'autre.

Dans le cas général, cet interféromètre est équivalent à une lame d'air d'épaisseur moyenne e , avec un angle α entre les deux miroirs, l'incidence i des rayons variant entre 0 et i_S (cf. figure 2).

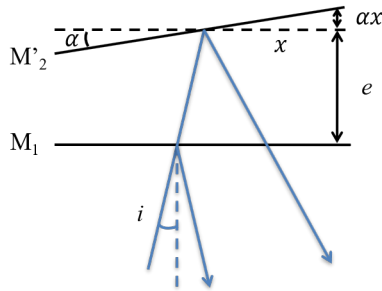


FIGURE 2 – lame d’air équivalente au Michelson, représentée pour un même rayon incident, à une incidence $i \neq 0$, i étant considéré comme un angle très faible en tout état de cause.

1.1 Interférences pour une source ponctuelle et monochromatique

Nous allons d’abord étudier ce montage dans le cas idéal d’une source parfaitement ponctuelle et monochromatique. Le Michelson est ainsi éclairé par un unique faisceau collimaté et parallèle à l’axe optique (source ponctuelle S_0 en $r = 0$, donnant une unique incidence $i = 0$ dans l’interféromètre), à une longueur d’onde λ_0 parfaitement définie (source monochromatique).

Expression générale de l’intensité

Pour tout point M en sortie de l’interféromètre et inclus dans la zone de recouvrement des deux faisceaux, il existe un seul et unique couple de rayons $(S_0M)_1$ et $(S_0M)_2$, provenant tout deux du même point-source S_0 , ayant chacun emprunté un bras différent de l’interféromètre et se recoupant en M (cf. figure 3 pour les rayons issus du centre de la source). Les deux champs électriques individuels E_1 et E_2 générés par ces deux rayons et exprimés au point M peuvent s’écrire de manière générale :

$$E_1 = \sqrt{I_1} e^{j\varphi_1} \text{ et } E_2 = \sqrt{I_2} e^{j\varphi_2} \quad (1)$$

où I_1 et I_2 sont les intensités transmises par le Michelson pour chaque rayon et φ_1 et φ_2 correspondent aux déphasages accumulés sur chacun des 2 trajets. L’intensité totale $I = |E_{\text{TOT}}|^2 = |E_1 + E_2|^2$ au point M s’exprime ainsi par :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi) \quad (2)$$

avec $\Delta\varphi$ la différence entre les déphasages accumulés par chacun des deux rayons. On introduit la grandeur $\delta = (S_0M)_2 - (S_0M)_1$ appelée différence de

marche entre les deux rayons. Elle correspond à la différence de chemins optiques $(S_0M)_i$, eux-mêmes définis comme la distance parcourue par un rayon, indice de réfraction inclus : $(S_0M)_i = n_i L_i$. Dans le cas présent, on considérera un indice $n = 1$ dans l'air de sorte que le chemin optique corresponde simplement à la distance géométrique parcourue. La relation entre différence de phase et différence de marche s'exprime par :

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \quad (3)$$

La différence de marche δ est non nulle dès lors que l'un des deux bras de l'interféromètre est plus long (ou plus court) que l'autre. Elle est même directement proportionnelle à l'épaisseur moyenne e générée par le Michelson. Dans le cas où les deux bras ont même longueur, on est au **contact optique** : c'est comme si l'interféromètre n'existait pas. L'expression analytique de δ en fonction de e n'est pas simple car elle dépend du point M considéré. Dans ce TP, elle sera évaluée dans des plans d'observation particuliers (projection sur un écran à distance finie, observation à l'infini...) qui simplifient considérablement son expression.

En introduisant l'ordre d'interférence $p = \delta/\lambda_0$, l'intensité totale I au point M s'exprime ainsi par :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta\right) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi p) \quad (4)$$

On remarque donc qu'en fonction de l'ordre d'interférence p , l'intensité au point M n'est pas simplement la somme des intensités transmises : elle est modulée par un terme d'interférence qui modifie l'intensité totale, avec deux cas particuliers dits constructif pour p entier ($\cos(2\pi p) = 1$) et destructif pour p demi-entier ($\cos(2\pi p) = -1$).

L'ordre d'interférence p (grandeur sans dimension) correspond à la différence de marche entre les deux rayons rapportée à la longueur d'onde : il a l'avantage de pouvoir déterminer directement l'état d'interférence (constructif, destructif...) par des nombres ($p = 1, 1.5, 2, \dots$) plutôt que par des "nombres de longueur d'onde" ($\delta = \lambda, 1.5\lambda, 2\lambda, \dots$). Cela est particulièrement utile lorsque plusieurs longueurs d'onde entrent en jeu, car une même différence de marche δ ne donne pas les mêmes états d'interférence p pour chacune d'elles.

Contraste des interférences

Un paramètre essentiel pour caractériser un système de franges d'interférence à deux ondes est le facteur de contraste :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (5)$$

Dans le cas présent d'une source ponctuelle et monochromatique, le contraste $C = C_{\text{coh}}$, dit contraste cohérent, ne dépend que de la balance en intensité I_1/I_2 entre les deux ondes interférant au point M . En effet, en identifiant les cas I_{\max} et I_{\min} respectivement aux cas constructifs et destructifs ($\cos(2\pi p) = \pm 1$), on obtient la formule simplifiée :

$$C_{\text{coh}} = \frac{2\sqrt{I_1/I_2}}{1 + I_1/I_2} \quad (6)$$

Cela permet ainsi d'exprimer l'intensité totale sous la forme :

$$I = I_0 [1 + C_{\text{coh}} \cos(2\pi p)] \quad \text{avec} \quad I_0 = I_1 + I_2 \quad (7)$$

D'autre part, dans le cas présent du Michelson, on remarque que chaque rayon a subit exactement une réflexion de coefficient R et une transmission de coefficient T ($= 1 - R$) sur la séparatrice (cf. figure 1) au point que les intensités I_1 et I_2 en sortie du Michelson valent toutes deux $I_{1/2} = RTI_{\text{in}}$, en considérant I_{in} l'intensité du rayon avant séparation. Ainsi, quels que soient les coefficients R et T de la séparatrice (pas forcément 50/50), le contraste des interférences vaut nécessairement $C_{\text{coh}} = 1$.

Remarque Un autre système de franges est observable "en réflexion", en retour dans la direction de la source. Celui-ci est le complémentaire du système de franges en transmission, avec un déphasage supplémentaire de π entre les deux ondes interférentes : ce qui est constructif pour l'un est destructif pour l'autre et réciproquement. Par ailleurs, dans cette configuration, un rayon subit deux réflexions tandis que l'autre subit deux transmissions : on ne peut donc obtenir $C_{\text{coh}} = 1$ dans cette direction d'observation que si $R = T$.

1.2 Cohérences temporelle et spatiale

Considérations générales

Si les interférences observées en sortie du Michelson sont parfaitement contrastées dans le cas idéal d'une source ponctuelle et monochromatique, les choses se compliquent pour une source réelle.

En pratique, les sources lumineuses ont une certaine largeur naturelle en fréquence (cohérence temporelle) et une certaine extension spatiale (cohérence spatiale). Chaque fréquence et chaque point de l'étendue spatiale de la source

crée son propre système de franges indépendant, selon le formalisme de la partie précédente. Ainsi, en **un seul et même point** M de la figure d'interférence se superposent une multitude d'ordres d'interférence p , a priori différents, de sorte que l'état d'interférence global y est indéterminé : on ne peut plus rigoureusement dire si on est dans un état constructif, destructif ou autre. Cela signifie que le contraste des franges va se dégrader à cause de ces problèmes de cohérence.

D'un point de vue formel, pour exprimer l'intensité totale au point M , il faut faire la somme des intensités issues de toutes les sources ponctuelles et monochromatiques pour chaque point-source et chaque longueur d'onde de la source. Sans perdre en généralité, on suppose que chacune de ces contributions est représentée par un ordre d'interférence p qui lui est propre (l'expression de p en fonction des propriétés spatiales/spectrales de la source est étudiée dans les parties suivantes). Ainsi :

$$I_{\text{TOT}} = \int_{\Delta p} I(p) dp \quad (8)$$

Pour simplifier, on suppose également que toutes ces contributions $I(p)$ ont la même intensité I_0 et que leurs ordres d'interférence se répartissent continuellement sur un intervalle Δp autour d'un ordre d'interférence moyen p_0 :

$$\begin{cases} I(p) = I_0 [1 + C_{\text{coh}} \cos(2\pi p)] & \text{si } p \in \left[p_0 - \frac{\Delta p}{2}, p_0 + \frac{\Delta p}{2} \right] \\ I(p) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (9)$$

Après un calcul un peu fastidieux mais relativement simple, on en déduit l'expression de l'intensité totale au point M sous la forme :

$$I_{\text{TOT}} = I_0 [1 + V(\Delta p) C_{\text{coh}} \cos(2\pi p_0)] \quad \text{avec} \quad V(\Delta p) = \text{sinc}(\Delta p) = \frac{\sin(\pi \Delta p)}{\pi \Delta p} \quad (10)$$

La formule de l'intensité est donc de la même forme que dans le cas ponctuel et monochromatique, avec cependant une fonction contraste modifiée de la forme $C = C_{\text{coh}} \times V(\Delta p)$, où la visibilité des franges $V(\Delta p)$ rend compte des problématiques de cohérence de la source. Sa première annulation intervient pour $\Delta p = 1$: cela s'explique bien car, dans ce cas, tous les états d'interférence possibles sont représentés à même intensité en un seul et même point M de sorte que l'on soit dans une indétermination parfaite.

Pour obtenir une visibilité maximale, il faut donc s'assurer que l'ensemble des valeurs de p prises au point M reste confiné dans un intervalle $\Delta p \ll 1$. On utilise généralement le critère qualitatif $\Delta p < 1/4$ pour obtenir des interférences bien contrastées ($V > 0.9$).

Il est très important de dire dès à présent que Δp ne dépend pas uniquement des propriétés spatiales et spectrales de la source mais aussi de p_0 lui-même, c'est-à-dire de l'épaisseur moyenne e générée par le Michelson. Comme on le verra dans les parties suivantes, Δp est directement proportionnel à e : plus l'interféromètre est déséquilibré, plus les problèmes de cohérence auront un impact sur la visibilité des franges. A l'inverse, au voisinage du contact optique ($e \simeq 0$), la cohérence de la source n'intervient que très faiblement : c'est la seule configuration du Michelson qui "met tout le monde d'accord", quelles que soient les étendues spatiale et spectrale de la source.

Les parties suivantes traitent de la cohérence temporelle et spatiale indépendamment, en établissant la relation existant entre l'étendue des ordres d'interférence Δp et la largeur spectrale $\Delta\nu$, ainsi qu'avec le rayon R_S de la source (ou encore avec son ouverture angulaire i_S , cf. figure 1). Ainsi, on pourra déterminer la différence de marche δ (ou de façon équivalente l'épaisseur moyenne e de lame d'air du Michelson) à partir de laquelle le contraste chute pour une source de largeur spectrale $\Delta\nu$ ou d'ouverture angulaire i_S données.

Cohérence temporelle

On considère ici une source parfaitement ponctuelle mais possédant une étendue spectrale $\Delta\nu$ autour de sa fréquence centrale ν_0 . À noter qu'en un même point M de la zone d'interférence, la différence de marche est identique pour toutes les fréquences du spectre : seul l'ordre d'interférence p varie au travers de λ . Et c'est justement cette dépendance entre p et λ qui va générer les problèmes de cohérence temporelle. On suppose ici un profil de raie rectangulaire (intensité constante pour $\lambda \in [\lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2}, \lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2}]$ et nulle ailleurs).

P1 Déterminer l'extension des ordres d'interférence $\Delta p_{CT} = p_{\max} - p_{\min}$ ("CT" pour "cohérente temporelle") générée par la largeur spectrale $\Delta\nu = \nu_{\max} - \nu_{\min}$ en fonction de la différence de marche δ . Simplifier cette expression en introduisant la largeur spectrale $\Delta\lambda$ et la longueur d'onde centrale λ_0 .

P2 Déterminer l'expression de la longueur de cohérence L_C , définie comme la différence de marche correspondant à la première annulation de la visibilité $V(\Delta p)$, en fonction de $\Delta\lambda$ et λ_0 . Exprimer L_C en fonction de la finesse de la source $N = \lambda_0/\Delta\lambda$.

Cohérence spatiale - localisation des franges

On considère maintenant une source monochromatique mais possédant une certaine étendue spatiale (de rayon R_S). Nous verrons dans la suite que, en un

même point M , chaque point-source va générer une différence de marche δ différente, conduisant ainsi à des problèmes de cohérence. L'extension spatiale de la source est aussi responsable du phénomène dit de **localisation des franges** dans un interféromètre à division d'amplitude comme le Michelson. Nous allons expliquer de façon qualitative ce qu'il se produit lorsque l'on passe d'une source ponctuelle à une source étendue.

Dans le cas d'une **source ponctuelle**, pour tout point M dans la zone de recouvrement des faisceaux en sortie de l'interféromètre, il existe un seul et unique couple de rayons $(S_0M)_1$ et $(S_0M)_2$ issu de l'unique point-source S_0 , empruntant chacun un bras de l'interféromètre et se recoupant en M (cf. figure 3). Ainsi, pour tout point M , l'état d'interférence y est parfaitement déterminé et les franges sont observables dans tout l'espace où se superposent les faisceaux issus des deux bras : on parle alors de **franges non-localisées**. Ceci reste aussi valable pour une source ponctuelle avec une largeur spectrale arbitrairement large, à condition bien-sûr que la différence de marche générée par le Michelson soit inférieure à sa longueur de cohérence temporelle (autrement, on n'observe plus rien nulle part).

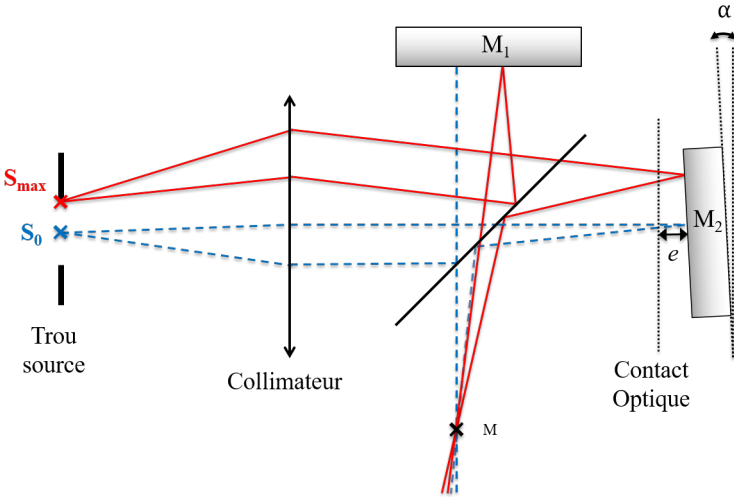


FIGURE 3 – Schéma des couples de rayons se croisant en un point M et issus de différents points-sources

Avec une **source spatialement étendue**, l'affirmation précédente s'applique pour tous les points-sources S_i constituant la source. Ainsi, pour tout point M de la zone d'interférence, il existe une multitude de couples de rayons $(S_iM)_1$

et $(\overline{S_i M})_2$, provenant chacun d'un même point-source S_i avec une incidence i , et se recoupant en M (cf. figure 3 pour les incidences $i = 0$ et $i = i_s$ en exemple). Comme la différence de marche δ dépend du point-source S_i considéré, l'étendue des ordres d'interférence Δp_{CS} ("CS" pour "cohérence spatiale") générée par l'ensemble des points-sources en un point M quelconque de l'espace devient important et excède très rapidement l'unité ($\Delta p \gg 1$) même avec une source faiblement étendue, si bien que les franges sont généralement indiscernables en pratique.

Cependant, contrairement à la cohérence temporelle, la différence de marche δ , et donc aussi l'étendue Δp_{CS} , dépendent du point M considéré. De ce fait, on peut démontrer qu'il existe des régions spécifiques de l'espace où Δp_{CS} est minimal par rapport aux autres régions de l'espace : c'est en ces lieux que les franges "résistent" le mieux à l'étendue spatiale de la source. Dans ces zones de l'espace, les franges peuvent encore être observées avec une bonne visibilité, même avec une source relativement étendue : on parle alors de **franges localisées**. C'est aussi l'endroit à regarder en priorité si l'on veut avoir une chance d'observer des franges expérimentalement.

D'après le cours d'optique physique, le **théorème de localisation des franges** stipule que dans un interféromètre à division d'amplitude (comme le Michelson) utilisant une source étendue, les franges sont localisées dans des zones spécifiques de l'espace, déterminées géométriquement en repérant l'intersection de deux rayons issus d'un même point-source (jusque là tout va bien, si on veut qu'ils interfèrent) et surtout **issu du même rayon incident**.

Cette dernière condition est la plus importante et tout le monde l'oublie généralement ou ne la comprend pas parfaitement. En effet, de manière générale, en un point M quelconque de l'espace se croisent deux rayons issus d'un même point-source mais **n'ayant pas emprunté le même rayon incident** (cf. figure 3). Les points M dont les rayons proviennent d'un même rayon incident sont des cas particulier, qui définissent justement la zone de localisation des franges lorsque la source est étendue. Si cela n'est toujours pas clair, sollicitez l'enseignant lors de la séance de TP. Et pour plus de détails, n'hésitez pas à vous reporter à votre cours et à vos TDs.

Dans la zone de localisation, il faut cependant rester prudent, car dire que Δp_{CS} est minimal par rapport aux autres zones de l'espace ne signifie pas que sa valeur est faible devant 1 en toutes circonstances. Comme déjà dit un peu plus haut, l'étendue des ordres d'interférence Δp_{CS} dépend aussi de l'ordre d'interférence moyen p_0 , et donc de l'épaisseur moyenne e générée par le Michelson : plus l'interféromètre sera déséquilibré, plus les problèmes de cohérences se feront sentir. La partie suivante va permettre de déterminer l'épais-

seur moyenne e critique telle que $\Delta p_{CS} = 1$ (annulation de contraste) dans la zone de localisation pour une source étendue d'ouverture angulaire i_S donnée.

Pour étudier quantitativement la relation entre Δp_{CS} et l'étendue spatiale R_S (ou l'ouverture angulaire i_S) de la source, il nous faut exprimer δ en fonction de e , ce qui est assez compliqué dans le cas général. Bonne nouvelle, dans les zones de localisation des franges, cette expression se simplifie considérablement et prend la forme :

$$\delta = 2e \cos(i) \quad (11)$$

On y retrouve bien la proportionnalité avec l'épaisseur moyenne e ainsi que la dépendance avec l'incidence i , et donc avec le point-source considéré.

1.3 Étude des franges avec une source étendue

Nous procédons ici à l'étude des franges dans les zones de localisation avec une source étendue pour des configurations particulières du Michelson (lame d'air et coin d'air). On suppose une répartition uniforme de l'intensité lumineuse en fonction de l'angle d'incidence ($i \in [0, i_S]$). La cohérence temporelle ayant été traitée intégralement en partie précédente, la source est considérée comme monochromatique.

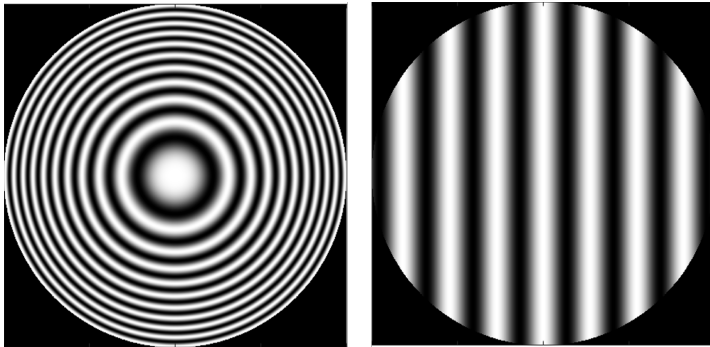


FIGURE 4 – Franges d'interférence en lame d'air (gauche) et coin d'air (droite).

Anneaux d'égal inclinaison

On s'intéresse ici au cas où les miroirs sont parfaitement parallèles (lame d'air : $\alpha = 0$, $e \neq 0$).

Un schéma géométrique simple (cf. figure 2) utilisant un même rayon incident permet de montrer que la zone de localisation en configuration lame d'air se situe à l'infini (rayons parallèles en sortie). Dans la configuration du Michelson éclairé en lumière collimatée, la zone de localisation des franges correspond également au plan image de la source par le Michelson. On observe donc le trou-source de façon interférométrique, c'est-à-dire qu'on "cartographie" la différence de marche au sein de la source avec l'incidence i variant de 0 à i_S du centre vers le bord. L'équation 11 montre que, pour une épaisseur e donnée, la figure d'interférence est à symétrie de révolution (cf. figure 4), représentant ainsi des anneaux dits d'égal inclinaison (un anneau \Leftrightarrow un même ordre d'interférence \Leftrightarrow une même inclinaison).

P3 A l'aide de la formule 11, donner l'expression de l'ordre d'interférence p dans la zone de localisation en fonction de l'épaisseur e de lame d'air et de l'angle d'incidence i des rayons : comment évolue l'ordre d'interférence p (croissant ou décroissant) du centre vers l'extérieur de la figure d'anneaux ?

P4 Exprimer le nombre d'anneaux N_A en fonction de l'ouverture angulaire de la source i_S et de l'épaisseur e . Il suffit pour cela de calculer l'étendue des ordres d'interférence $\Delta p = p_{\max} - p_{\min}$ entre le centre et le bord de la figure d'interférence. Simplifier l'expression par un développement limité au second ordre du terme en cosinus.

Franges d'égal épaisseur

On s'intéresse maintenant au cas où les miroirs sont légèrement inclinés (coin d'air, $\alpha \neq 0$, $e \neq 0$).

Une fois encore, un schéma géométrique simple (cf. figure 2) utilisant un même rayon incident démontre que la zone de localisation en configuration coin d'air se situe au voisinage des miroirs. On rappelle que la différence de marche dans la zone de localisation s'écrit là-aussi $\delta = 2\tilde{e} \cos(i)$, avec cependant une épaisseur \tilde{e} variable le long du coin d'air : $\tilde{e} = e + \alpha x$, avec x la position sur le coin d'air et e la lame d'air moyenne. Pour chaque point-source (i fixé), la figure d'interférence est alors représentée par des franges rectilignes et régulièrement espacées (cf. figure 4).

On s'intéresse d'abord aux franges générées par le point central de la source (incidence normale $i = 0$), comme si la source était ponctuelle.

P5 A l'aide de la formule 11, donner l'expression de l'ordre d'interférence p dans la zone de localisation en fonction de l'épaisseur moyenne e de lame d'air, de l'angle du coin d'air α et de la position x sur le coin d'air.

P6 Déterminer le nombre de franges N_F sur tout le coin d'air en fonction de l'angle α et du diamètre D des deux miroirs. Il suffit pour cela de calculer la différence d'ordre d'interférence entre les deux extrémités du coin d'air (délimitées par la dimension des miroirs). En déduire une méthode pratique pour mesurer l'angle α du coin d'air à partir du nombre de franges observées N_F .

On remarque qu'un seul et unique point source (i fixé) génère tout un système de frange complet du fait que l'épaisseur \tilde{e} varie le long du coin d'air. Cela signifie que lorsque la source est étendue, de multiples systèmes de franges issus de chacun des points-sources vont se superposer les uns aux autres. Ainsi, en un seul et même point M de la figure, il y aura bel et bien plusieurs ordres d'interférence différents.

On cherche maintenant à quantifier l'influence de la cohérence spatiale sur le contraste des franges d'égale épaisseur et à déterminer la lame d'air moyenne e pour laquelle le contraste V s'annule. Pour cela, on se place au centre du coin d'air ($x = 0$, $\tilde{e} = e$) et on étudie la contribution des différents points-sources (incidence i variable de $i = 0$ à $i = i_S$). On suppose ensuite pouvoir extrapoler le résultat sur tout le coin d'air (quel que soit x , en considérant que $\alpha x \ll e$)

P7 Exprimer l'étendue des ordres d'interférence $\Delta p_{CS} = p_{\max} - p_{\min}$ générée par l'étendue spatiale de la source en fonction de i_S , λ_0 et e au centre du coin d'air ($x = 0$). Pour quelles valeurs de l'épaisseur moyenne e du coin d'air a-t-on des annulations de la visibilité $V(\Delta p)$?

P8 Quelle relation peut-on établir entre l'étendue Δp_{CS} du coin d'air et le nombre d'anneaux N_A en lame d'air (question P4) ?

Cette relation peut sembler contradictoire car lorsque $\Delta p_{CS} \simeq 1$ (c'est-à-dire dès la formation du premier anneau, $N_A \simeq 1$), on devrait avoir un contraste quasi-nul de la figure d'interférence. Cela est vrai dans la zone de localisation du coin d'air, mais pas dans celle de la lame d'air : il sera en effet possible de voir expérimentalement un très grand nombre d'anneaux ($N_A = \Delta p \gg 1$) avec un excellent contraste dans la zone de localisation de la lame d'air, malgré un contraste catastrophique dans la zone de localisation du coin d'air.

P9 Expliquez simplement pourquoi, dans la zone de localisation de la lame d'air, la cohérence spatiale n'a pas d'influence sur le système d'anneau. Il suffit pour cela de déterminer s'il est possible ou non que plusieurs ordres d'interférence p différents puissent se superposer en un seul et même point M .

2 Réglages de l'interféromètre

2.1 Montage expérimental

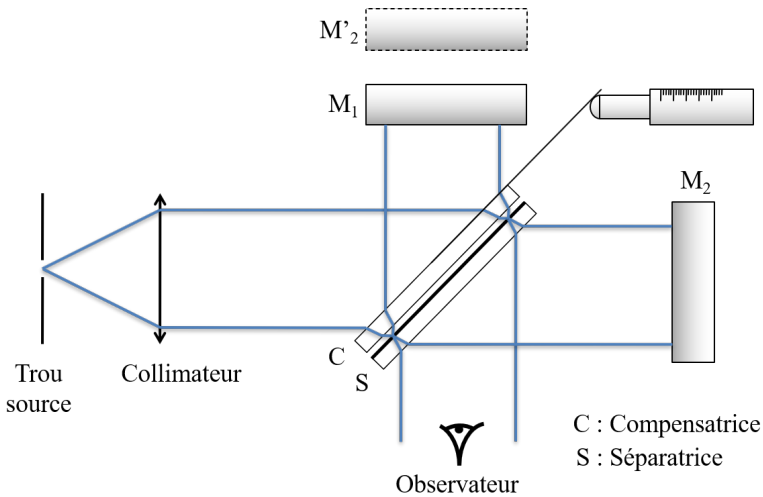


FIGURE 5 – Schéma détaillé de l'interféromètre de Michelson.

D'après la figure 5, l'un des bras de l'interféromètre inclut l'épaisseur de verre de la lame séparatrice (ici le bras 2). Une lame compensatrice est placée dans l'autre bras pour rétablir l'équilibre des chemins optiques. La lame compensatrice doit être bien parallèle à la lame séparatrice, de même épaisseur et de même indice. Les lames séparatrices et compensatrices sont souvent à 45° pour que les bras soient perpendiculaires, mais ce n'est pas une condition nécessaire.

Les deux miroirs M_1 et M_2 sont équipés chacun de deux réglages en rotation (horizontal/vertical, ou diagonaux selon les salles). Le miroir M_2 peut être translaté finement sur son rail par une vis micrométrique, et possède deux réglages fins de rotation supplémentaires.

Matériel à disposition :

- interféromètre avec collimateur et ensemble de trous-sources de différents diamètres,
- lampe à vapeur de mercure basse pression, émettant plusieurs raies fines dans le visible,
- verre dépoli pour homogénéiser le flux lumineux,

- deux filtres colorés permettant d'isoler la raie verte ou le doublet jaune de la lampe spectrale,
- miroir plan,
- lame semi-réfléchissante,
- spectroscopie de poche,
- lentilles, pieds, tiges, noix, verre dépoli (écran) et bureau sous la table (support) pour observations en projection,
- un échantillon de verre épais, à étudier en fin de séance si le temps le permet.

Les pièces optiques sont de qualité interférentielle. La mécanique est de précision. Le coût de ce matériel est élevé. Il est à manipuler avec précaution.

2.2 Réglages grossier du Michelson

L'objectif de cette partie de réglages est de manipuler l'interféromètre de façon à obtenir des franges d'interférence (quelconques, l'idée étant de pouvoir en observer). Les réglages fins et la recherche du contact optique font l'objet d'une étude spécifique en partie suivante.

Premier état des lieux

↪ Vérifier que :

- les miroirs sont correctement éclairés (lampe dans l'axe et pas trop loin du collimateur)
- la translation du miroir M_2 est à mi-course
- le miroir M_1 est à la même distance de la séparatrice que le miroir M_2 (retoucher à la position de M_2 si la course de M_1 est insuffisante)
- les mouvements fins de rotation du miroir M_2 sont à mi-course

Réglages du trou-source et du miroir M_1

Tous les Michelson en TP sont équipés de trous-sources au foyer d'un collimateur. L'axe du collimateur est fixe et sert de référence aux réglages qui suivent (trou-source centré sur cet axe, miroirs M_1 et M_2 perpendiculaires à cet axe). Ces réglages se font par autocollimation : superposition du trou-source et de son image à l'aide d'un miroir plan derrière le collimateur.

↪ Utiliser un trou-source de 10 mm de diamètre environ. Utiliser la lame semi-réfléchissante fournie comme d'un miroir à 45° entre la lampe et le collimateur de façon à pouvoir observer confortablement le trou-source.

↪ Plaquer un grand miroir sur l'objectif du collimateur et observer l'image en retour pour régler la position du trou-source sur l'axe du collimateur.

↪ Passer ensuite à des trous-sources de plus en plus petits et répéter l'opération pour affiner le réglage.

↪ Retirer le miroir plan, masquer le miroir M_2 et superposer le trou-source et son image par M_1 en réglant l'orientation de ce dernier selon le même protocole (M_1 sert maintenant de miroir d'autocollimation).

Remarque Ne surtout pas négliger cette étape d'alignement car elle conditionne tous les réglages suivants (au risque de devoir tout recommencer à zéro). Au moindre doute, faire valider la procédure par l'enseignant.

Le trou-source et le miroir M_1 sont maintenant bien positionnés et alignés par rapport à l'axe optique défini par le collimateur. L'image du trou-source renvoyée par M_1 en sortie d'interféromètre va servir de référence pour l'alignement du miroir M_2 .

Réglages grossiers de M_2

↪ Choisir le plus petit trou-source. Se placer en face du Michelson et observer les images données par les miroirs M_1 et M_2 . S'il existe une myriade de points dispersés sur une ligne, il s'agit d'images parasites dues au mauvais parallélisme de la compensatrice par rapport à la séparatrice : jouer sur l'orientation de cette première dans les deux axes pour n'obtenir que deux points. Superposer ensuite les deux images par M_1 et M_2 en jouant sur les réglages grossiers en rotation de M_2 .

↪ Placer un grand trou-source pour observer les anneaux : on n'observe généralement que des franges "rectilignes" assez resserrées, ce qui clôt la procédure d'alignement grossier. L'alignement fin de l'interféromètre et la recherche du contact optique se basera sur l'observation des franges et leur comportement avec les réglages des miroirs.

3 Études à réaliser

Cette partie expérimentale comprend plusieurs études indépendantes, à réaliser dans un ordre quelconque pendant les deux séances, à l'exception de la première concernant le contact optique (indispensable en premier lieu et à refaire à chaque début de séance) ainsi que la dernière partie facultative, à ne faire que si le temps vous le permet.

Sauf mention explicite du contraire, toutes les observations se font à l'aide du filtre vert placé devant la lampe spectrale afin d'en isoler la raie à $\lambda_0 = 546,1$ nm.

3.1 Contact optique

Lorsque les deux bras de l'interféromètre de Michelson ont même indice de réfraction (ici l'air), on dit que l'on est au contact optique lorsque le symétrique M'_1 du miroir M_1 par rapport au plan de la séparatrice est parfaitement confondu avec le miroir M_2 (et réciproquement). Pour déterminer la position du contact optique, on cherche à visualiser à l'infini une figure d'interférence parfaitement homogène, dite "teinte plate".

La première étape consiste à rendre les miroirs M'_1 et M_2 bien parallèles grâce à deux méthodes : la première se fait par l'observation des franges d'égale épaisseur et permet de rattraper les défauts grossiers, tandis que la seconde passe par l'observation directe des anneaux et permet de gagner en précision. Une fois le parallélisme des miroirs bien réglé, il ne restera plus qu'à rechercher l'épaisseur e nulle pour obtenir la teinte plate et ainsi repérer le contact optique.

Première méthode : franges en coin d'air

Cette méthode consiste à régler finement le parallélisme des miroirs en observant les franges d'égale épaisseur dues à l'angle α résiduel.

↪ Pour observer ces franges d'égale épaisseur, utiliser un petit diamètre de trou-source (typiquement l'avant-dernier plus petit) et placer la loupe (focale d'environ 300 mm pour la plupart des montages) en sortie du Michelson.

Q1 Expliquer pourquoi l'on peut visualiser ces franges à l'œil à travers la lentille. Où doit-on placer son œil pour collecter tous les faisceaux issus de la source ? Pourquoi choisir un petit trou-source ?

↪ En utilisant les mouvements fins du miroir M_2 , augmenter l'interfrange jusqu'à obtenir une figure uniforme.

Q2 Sachant que l'on se trouve au voisinage de $\alpha \simeq 0$, donner l'incertitude de réglage de l'angle α en radians, degrés, et secondes d'arc, en supposant que la teinte observée n'est uniforme qu'à une demi-frange près sur tout le diamètre du miroir (cf. question P6).

Deuxième méthode : « respiration des anneaux »

Cette méthode est beaucoup plus précise que la précédente. Mais pour la réaliser, il faut déjà observer une figure d'anneaux bien centrée (dans le cas contraire, revenir à l'étape précédente).

Q3 Pourquoi les anneaux peuvent-ils être observés directement à l'œil nu ?

↪ En observant les anneaux d'égale inclinaison, déplacer la translation du miroir M_2 jusqu'à obtenir 3 ou 4 anneaux bien centrés, sans aller directement au contact optique (rattraper ponctuellement l'angle du miroir M_2 avec les réglages fins si les anneaux se décentrent de la figure).

↪ Déplacer votre œil dans le champ d'observation des interférences (de gauche à droite, de haut en bas) et regarder si le centre des anneaux reste dans le même état interférentiel. Si ce n'est pas le cas, utiliser les mouvements fins du miroir M_2 pour faire disparaître cette "respiration".

Q4 En remarquant que votre œil ne peut récupérer qu'une petite fraction des rayons réfléchis par les miroirs (la pupille de l'œil étant nettement plus petite), expliquer l'origine de cette respiration due à un léger angle résiduel.

Q5 Expliquer en quoi cette méthode est plus précise que la méthode des franges en coin d'air. Quelle est à présent l'incertitude sur l'angle α (en seconde d'arc) en supposant que l'on a gagné un facteur 10 par rapport à la méthode précédente ?

Si les réglages d'autocollimation ont été correctement effectués, les anneaux sans respiration sont bien centrés sur la figure d'interférence. Dans tous les cas, le centre des anneaux matérialise l'incidence normale sur les miroirs. Si, après avoir vérifié le parallélisme des miroirs, les anneaux ne sont pas bien centrés, c'est que le trou-source et/ou le miroir M_1 sont mal réglés sur l'axe

optique. Vous devez alors reprendre les réglages depuis de début (on vous avait prévenu!).

Recherche de la teinte plate

Q6 Quel est le mouvement des anneaux ("rentrent" ou "sortent") lorsqu'on diminue l'épaisseur de la lame d'air, c'est-à-dire lorsque l'on se rapproche du contact optique? Expliquer pourquoi (on s'aidera de la question de préparation P3).

↪ Vérifier que ce comportement est bien symétrique de part-et-d'autre du contact optique. Cela doit aider à confiner la position du contact optique sur une zone réduite et éviter de partir dans le décors.

Q7 Repérer la position du miroir M_2 pour laquelle vous estimez être au contact optique (le mouvement de translation n'étant jamais parfait, retoucher à l'orientation de M_2 si des franges rectilignes apparaissent). Estimer sa précision en procédant à une étude de répétabilité : est-on limité par les graduations du vernier?

↪ Faire vérifier la position du contact optique par l'enseignant.

Il est essentiel de comprendre et d'assimiler cette succession précise de réglages (grosiers, puis fins) de l'interféromètre. L'ensemble ne doit pas prendre plus d'une quinzaine de minutes à la deuxième séance.

Remarque D'une séance à l'autre, il n'y a aucune raison de trouver la même position du contact optique. Lors de la 2e séance, pensez bien à reprendre précisément sa nouvelle valeur, incertitude comprise, et à la noter explicitement dans votre compte-rendu.

3.2 Anneaux d'égale inclinaison - Cohérence temporelle de la source

On étudie ici les franges à l'infini en configuration lame d'air ainsi que la longueur de cohérence temporelle de la source.

Comptage des anneaux

↪ Utiliser un grand trou-source (idéalement l'avant-dernier plus grand) et placer devant lui le couple "dépoli + filtre vert" afin d'éclairer uniformément l'interféromètre.

↪ A partir du contact optique, relever les positions du miroir M_2 pour lesquelles le nombre des anneaux visibles sur la figure d'interférence est de $N_A = 1, 2, \dots, 10$. Attention, rigoureusement, le centre des anneaux ne compte pas. Veillez à ce que celui-ci reste bien toujours bien centré au milieu de la figure et garde le même état d'interférence (clair ou sombre) pour chaque mesure effectuée.

Q8 Montrer que le nombre d'anneaux est bien proportionnel à l'épaisseur e de la lame d'air (cf. question P4) à l'aide d'un graphique et déterminer la pente expérimentale de la droite $N_A = f(e)$ (attention aux unités !). On évitera d'inclure la valeur du contact optique ($N_A = 0$) car sa méthode de mesure diffère notablement de celle que vous utiliser pour compter les anneaux.

Q9 Le nombre d'anneaux observés dépend aussi de l'ouverture angulaire de la source : estimer rapidement (à la règle) le diamètre du trou-source ainsi que la focale du collimateur, et vérifier que vos mesures sont quantitativement cohérentes avec le résultat théorique attendu en comparant les pentes théorique et expérimentale de $N_A = f(e)$, cf. question P4).

Longueur de cohérence temporelle

Pour estimer la longueur de cohérence de la source, on doit rechercher l'épaisseur e de lame d'air pour laquelle on obtient l'annulation complète du contraste. Or, l'étude faite en préparation supposait un spectre de forme carrée, ce qui n'est évidemment pas le cas dans la vraie vie. Pour une lampe spectrale basse pression, il s'agit plutôt d'une forme spectrale gaussienne. L'expression de la visibilité ne sera donc pas un sinus cardinal (mais plutôt une gaussienne, là-aussi) ce qui rend impossible la mesure d'une annulation parfaite de contraste (si ce n'est à l'infini).

Pour estimer la longueur de cohérence, on va s'aider du critère mentionné en préparation : lorsque l'œil perçoit clairement une baisse de contraste sur la figure d'interférence, on peut considérer que la visibilité des franges a chuté de 10% ($V \simeq 0.9$), et que l'étendue des ordres d'interférence est telle que $\Delta p = 1/4$.

↪ Augmenter plus fortement la différence de marche tout en observant l'évolution du contraste des anneaux et repérer la position $e_{1/4}$ pour laquelle le contraste commence à chuter sensiblement (il vaut mieux se fier au centre de la figure, là où les anneaux sont les moins resserrés).

Q10 A l'aide de la question de préparation P1, établir la relation entre Δp et l'épaisseur $e_{1/4}$ mesurée à l'instant pour $\Delta p = 1/4$. Faire apparaître dans cette formule la longueur de cohérence L_C d'après son expression calculée en question de préparation P2.

Q11 En déduire une estimation de la longueur de cohérence de la raie verte ainsi que sa largeur spectrale $\Delta\lambda$ et sa finesse N (cf question P2). Est-il raisonnable de donner une incertitude à ce résultat ?

Q12 Expliquer comment, en utilisant un interféromètre de Michelson, on peut en principe mesurer le profil spectral complet $I(\lambda)$ de la raie pour un spectre arbitraire (expérience dite de spectroscopie par transformée de Fourier).

3.3 Franges d'égale épaisseur - Cohérence spatiale de la source

On étudie dans cette partie la visibilité des franges en coin d'air ($\alpha \neq 0$) en fonction de la taille de la source et de l'épaisseur e moyenne du coin d'air.

Étude au voisinage du contact optique

↪ Revenir au contact optique. Placer la lentille devant le Michelson de manière à pouvoir observer à l'œil nu la zone de localisation du coin d'air et éliminer au mieux les fanges d'égale épaisseur afin d'observer un teinte plate. Dans cette situation, seuls les défauts d'épaisseur des miroirs (rugosité, rayures...) peuvent faire apparaître des franges.

Q13 En étudiant la qualité de la teinte plate (y a-t-il des zones plus sombres que d'autres, des motifs distordus), estimer la qualité des optiques du Michelson en nombre de λ puis en μm .

↪ Dérégler maintenant le miroir M_2 pour faire apparaître entre 5 et 10 franges.

Q14 Estimer l'angle α entre les deux miroirs d'après le nombre de franges observées (cf. question P6) avec son incertitude.

Q15 Expliquer pourquoi, au voisinage du contact optique, les franges sont observables même avec une source étendue (cf. question P7). Repérer la position du contact optique en utilisant le plus grand trou-source (pour être le plus précis possible) et vérifier qu'elle est cohérente avec votre première mesure prise lors de la phase de réglages.

Annulations de contraste

↪ À l'aide d'une deuxième lentille, projeter les franges sur un écran dépoli (utiliser les pieds en fonte et noix, tirez le bureau sous la table pour vous en servir de support...). Placer l'écran de manière à voir les franges les plus nettes possible. Choisir ensuite un trou-source de diamètre moyen (5 à 15 mm) et vérifier que le trou est bien uniformément éclairé.

↪ Observer attentivement la visibilité des franges lorsque vous translatez le miroir M_2 de part et d'autre du contact optique.

Q16 Expliquer pourquoi, contrairement à la cohérence temporelle, on peut maintenant s'attendre à observer des annulations parfaites et périodiques du contraste (visibilité en sinus cardinal) ?

↪ Mesurer les positions des annulations de contraste (au moins les deux premières) de chaque côté du contact optique. Attention à y aller doucement ! Après une première annulation, on doit déceler un léger regain de contraste (certes faible, mais visible) avant de tomber sur l'annulation suivante. Si ce phénomène n'est pas visible, c'est qu'on est allé beaucoup trop vite !

Q17 En répétant ces mesures pour 2 ou 3 trous sources différents, représenter l'évolution de la position des annulations de contraste en fonction de e dans un seul et même graphique. Confronter quantitativement les résultats expérimentaux à la théorie (cf. question P7) grâce aux pentes des courbes expérimentales.

↪ Pour un trou-source défini, placer le miroir M_2 à la première annulation de contraste, enlever les lentilles et l'écran dépoli, puis recentrer les anneaux en retouchant à l'orientation de M_2 .

Q18 Combien d'anneaux observez-vous ? Est-ce bien le résultat attendu (on s'aidera de la question P4) ?

3.4 Mesure d'un intervalle spectral

On utilise à présent un filtre orangé, qui permet d'isoler le doublet jaune du mercure ($\lambda_1 = 577,0$ nm et $\lambda_2 = 579,1$ nm). L'objectif de cette partie est de mesurer avec la plus grande précision possible l'écart spectral entre ces deux longueurs d'onde.

↪ Se placer en configuration lame d'air permettant d'observer un petit nombre d'anneaux (3 ou 4).

↪ En faisant varier **lentement** la translation du miroir M_2 , observer la succession de coïncidences (contraste parfait) et d'anticoïncidences (contraste nul).

Dans la suite, on s'intéressera surtout à la position des anticoïncidences, plus facile à cibler et permettant des mesures plus précises.

Q19 Expliquer l'origine de ce phénomène et démontrer que la distance $d = e_1 - e_0$ séparant 2 positions d'anticoïncidences e_0 et e_1 successives est donnée par $2d\Delta\sigma = 1$ (avec $\sigma = 1/\lambda$).

Le cœur de cette partie consiste à évaluer correctement les incertitudes de mesure. Avant d'attaquer les manipulations suivantes, il est vivement conseillé de lire attentivement l'annexe consacrée aux incertitudes et particulièrement sa dernière partie relative au doublet.

Q20 En se plaçant précisément sur une anticoïncidence, noter sa position e_0 . La précision est-elle limitée par la lecture du vernier ou par votre appréciation visuelle (faire rapidement une étude de répétabilité pour s'en convaincre) ? En déduire l'incertitude de mesure.

Q21 Relevez la position e_1 de l'anticoïncidence suivante : en déduire la valeur d ainsi que son incertitude.

Q22 Relever maintenant jusqu'à 11 positions successives d'anticoïncidences (soit e_2, e_3, \dots, e_{10}). En s'aidant des conseils donnés en annexe, calculer la valeur de d ayant la plus faible incertitude possible avec les valeurs e_N mesurées.

L'un des avantages de n'utiliser que les valeurs extrêmes est de pouvoir augmenter la précision sur d sans devoir mesurer toutes les valeurs intermédiaires de e . L'objectif est maintenant, en partant de e_{10} , d'aller chercher directement la X -ième antioïncidence (X étant idéalement très grand), sans devoir tout compter, mais sans non plus se tromper ne serait-ce que d'une unité ! Pour cela, on détermine la position théorique de $e_{10+X} = e_{10} + X \times (d \pm \Delta d)$ afin de s'y rendre et d'en faire une mesure exacte. Cependant, cette position théorique sera entachée par l'incertitude sur d : il faut donc veiller à ce que $X \times \Delta d$ soit bien inférieur à d lui-même pour être certain de viser la bonne antioïncidence.

Q23 En partant de e_{10} , quelle position d'antioïncidence e_X peut-on raisonnablement cibler sans se tromper, d'après l'incertitude sur d calculée précédemment ? Placer le miroir M_2 sur la position que vous avez retenue, et raffiner le réglage afin de mesurer précisément la vraie valeur expérimentale de e_X . En déduire une nouvelle valeur de $d = \frac{e_X - e_0}{X}$ avec sa nouvelle incertitude.

Q24 En poursuivant aussi loin que possible la méthode de la question précédente, déterminer le plus précisément possible l'écart spectral entre les 2 composantes du doublet du mercure. Avec quelle incertitude pouvez-vous donner ce résultat ?

Q25 Quel phénomène limite l'observation des antioïncidences pour des X très grands (indépendamment de la longueur du bras) ? Sachant qu'il est aussi possible de compter les antioïncidences de l'autre côté du contact optique (comportement symétrique), estimer le nombre maximum d'antioïncidences observables confortablement, et en déduire la précision maximale sur l'écart spectral que l'on peut obtenir par cette méthode de mesure interférométrique.

3.5 Franges en lumière blanche

On s'intéresse maintenant aux figures d'interférences que l'on obtient avec une source lumineuse de spectre très large (lumière blanche).

Q26 D'après la question P1, expliquer pourquoi, proche de la différence de marche nulle, il est possible de voir des franges bien contrastées même avec une source spectralement très large.

↪ Se replacer le plus près possible du contact optique à l'aide de la lampe spectrale, puis remplacer celle-ci par la lampe de bureau. On n'observe en général rien (sauf coup de chance !) car la cohérence temporelle de la source blanche est extrêmement faible : elle ne dépasse pas quelques micromètres.

↪ Régler le spectroscope de poche sur la lampe à mercure (ou une lampe « économique » du couloir) avec une fente fine, puis observer la lumière blanche issue de l'interféromètre. Si la différence de marche suffisamment faible, des cannelures plus ou moins serrées doivent apparaître.

↪ Si la différence de marche est trop grande, les cannelures sont trop serrées pour que l'on puisse les résoudre avec le spectroscope. Dans ce cas, charrioter légèrement M_2 de part-et-d'autre de la position initiale et tenter de faire apparaître les cannelures : si celles-ci n'apparaissent toujours pas, reprendre la lampe à vapeur de mercure et refaire un nouvel alignement au contact optique.

Q27 Expliquer la présence de ces cannelures dans le spectre. Pourquoi les cannelures s'élargissent-elles lorsque l'on se rapproche du contact optique ?

↪ Agir délicatement sur la position de M_2 pour obtenir les cannelures les plus larges possible. Observer alors directement dans l'interféromètre les couleurs d'interférence (si la teinte est toujours blanche, revoir le réglage des cannelures).

↪ Former ensuite un coin d'air de petit angle pour observer quatre à cinq franges irisées sur les miroirs. Centrer la figure d'interférence sur la frange la plus contrastée en translatant M_2 .

Q28 Quel est l'état interférentiel de la frange centrale ?

Deux échelles de teintes, dites teintes de Newton, sont données en annexe de ce TP (vous les retrouverez également au cours des TP Polarisation). Ces échelles mettent en relation directe la couleur observée sur une frange avec sa différence de marche correspondante. On utilisera l'une de ces deux échelles en fonction de la frange centrale observée (centre clair ou sombre).

↪ Observer les couleurs des franges irisées et les comparer à l'échelle de teintes de Newton en annexe. Remarquer que chaque ligne horizontale de l'échelle de teinte correspond à une frange pour la longueur d'onde centrale (dans le vert).

Q29 En comptant le nombre de franges irisées à partir du centre, donner une estimation de la longueur de cohérence de la lampe blanche, en considérant que la chute de contraste est atteinte dès lors que l'irisation disparaît (succession de rose et de bleu uniquement).

Q30 Le spectre lumineux visible par l'œil humain couvre-t-il tout le spectre de la lampe à incandescence ? Quelle longueur de cohérence est-on réellement en train de mesurer ?

3.6 Cohérence spatiale et temporelle : cas de bras dissymétriques

Ne faites cette partie que s'il vous reste suffisamment de temps. En revanche, il n'est pas question de sortir de la dernière séance à l'avance sans l'avoir au moins commencée. Cette partie vous offrira de plus des points bonus si vous la traitez correctement.

Nous allons dans cette partie insérer dans l'un des bras de l'interféromètre (celui de M_2 dans la suite) une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e_L de quelques cm. Lorsque l'interféromètre a ses deux bras symétrique, la position du contact optique (symétrique M'_1 de M_1 par la séparatrice confondu avec M_2) et celle de la différence de marche nulle sont confondues. Lorsque la lame d'air est insérée, la position du bras M_2 pour laquelle la différence de marche est nulle (cohérence temporelle) mais aussi la position du contact optique (cohérence spatiale) se décalent toutes les deux, d'une quantité à déterminer.

En analysant les franges d'égalité d'épaisseur observées, il serait possible d'obtenir des informations sur la qualité optique de cette lame. Toutefois ces franges ne sont bien contrastées que si l'on utilise une source suffisamment cohérente spatialement et temporellement. Le but de cette partie est d'étudier précisément les contraintes liées à ces deux sources de décohérence et de montrer pourquoi elles sont pas forcément conciliables pour des épaisseurs de lame d'air trop importantes.

Cohérence temporelle

Q31 Déterminer en incidence normale l'expression de δ_0 , la différence de marche ajoutée par l'insertion de la lame de verre, en fonction de son épaisseur e_L .

Q32 Pour une source de longueur de cohérence L_C , quelle est l'épaisseur maximale tolérable pour que les franges restent suffisamment contrastées à l'insertion de la lame (on prendra le critère usuel $V > 0.9$) ? En faire l'application numérique en mesurant l'épaisseur de la lame de verre à disposition.

Q33 Dans quel sens et de combien doit-on déplacer le miroir pour retrouver la différence de marche nulle et résoudre le problème de la cohérence temporelle ?

Cohérence spatiale

Dans le cas d'un Michelson avec un indice différent dans chacun des bras, la définition du contact optique doit être affinée. On dit alors que l'on est au contact optique lorsque le symétrique **optique** (et non plus géométrique, c'est-à-dire indice de réfraction n compris) M'_1 de M_1 par rapport au plan de la séparatrice est confondu avec M_2 . On démontre dans le cours d'optique géométrique que l'introduction d'une lame à face parallèle d'indice n et d'épaisseur e_L décale l'image d'un objet de la quantité $e_L(1 - 1/n)$ (effet piscine, cf. figure 6). Cela décale donc d'autant le contact optique et peut ainsi poser des problèmes de cohérence spatiale.

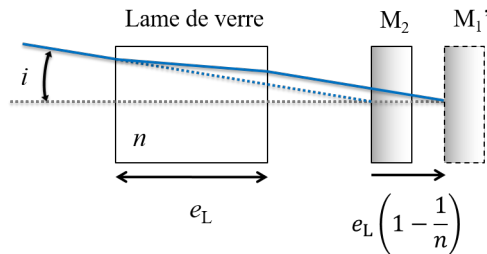


FIGURE 6 – Déplacement du contact optique par l'insertion d'une lame de verre

Q34 A l'aide de la figure 6, retrouver que l'image M'_1 du miroir M_1 par la lame est reculée de la quantité $e_L(1 - 1/n)$. Dans quel sens doit-on déplacer le miroir M_2 pour retrouver le contact optique ? Est-ce conciliable avec la contrainte sur la cohérence temporelle ?

Travail expérimental demandé

↪ Régler le Michelson en teinte plate et au contact optique sans l'échantillon. On utilisera ici un grand trou-source.

↪ Placer maintenant l'échantillon et observer les franges d'égale épaisseur sur la lame.

Q35 Que se passe-t-il sur le contraste ? Comment peut-on améliorer celui-ci ?

↪ Enlever la lentille et regarder les franges d'égale inclinaison.

Q36 Déplacer le miroir de manière à diminuer au maximum le nombre d'anneau. Vérifier que le déplacement est compatible avec la valeur $e_L(1 - 1/n)$ trouvée ci-dessus.

Q37 En replaçant la lentille que constatez-vous sur le contraste des franges ? Que se passe-t-il pour le contraste lorsque vous changez la taille du trou ? Expliquez.

Q38 En mesurant l'épaisseur de la séparatrice, déterminer la lame de verre équivalente vu par l'un des bras et justifier la nécessité de la compensatrice.

Annexe A : Incertitudes et leur propagation

Dans ce TP, il est demandé de donner les mesures avec une incertitude. Nous recommandons de lire attentivement le photocopié disponible sur le site du LEnsE, qui en traite de façon rigoureuse :

<http://lense.institutoptique.fr/mine/estimer-incertitudes/>

Nous allons ici en faire une synthèse, restreinte à ce que vous serez amenés à utiliser pour le TP Michelson. Attention cependant, les explications qui suivent sont moins rigoureuses que dans un cadre plus général, elles sont volontairement simplifiées pour s'adapter au contexte du TP.

Incertitudes de type A ou B

A chaque mesure, il est nécessaire de savoir quel type d'incertitude on doit évaluer : le type A ou le type B. Ceci n'est pas une nomenclature générale, elle fait simplement écho au photocopié sur les incertitudes mentionné ci-dessus (il faut bien leur donner un nom). Dans le TP Michelson, il n'y aura qu'un seul instrument à votre disposition pour toutes les mesures à effectuer dans ce TP, à savoir le vernier gradué permettant de lire la position du miroir M_2 sur son axe de translation. Reste à savoir, lors d'une mesure, si ce sont les graduations qui limitent votre précision, ou bien votre appréciation visuelle.

Type A

L'incertitude de type A est celle qu'on est le plus souvent amené à évaluer. On l'utilise lorsque qu'un même expérimentateur refait plusieurs fois la même mesure d'une grandeur G mais ne tombe pas systématiquement sur le même résultat.

Dans ce cas, on fait une étude de répétabilité : après une première mesure, on s'éloigne légèrement du point de mesure et on recommence un certain nombre de fois. Il faut ensuite faire une étude statistique sur toutes ces mesures pour en dégager la valeur moyenne \bar{G} (c'est le résultat qu'il faut donner) et l'écart-type des mesures σ .

Remarque Attention à bien utiliser la formule donnée pour σ dans le photocopié dédié. Il y a en effet un facteur $N - 1$ au lieu de N , qui n'est pas intuitif mais qui a son importance !

L'incertitude de type A qui accompagne la valeur moyenne **n'est pas directement l'écart type** σ . Il faut en effet considérer le nombre de mesures effectuées (est-on assez représentatif?) et choisir un niveau de confiance (combien de chance que la valeur exacte se situe bien dans l'intervalle) pour en dégager la véritable incertitude. Le tableau récapitulant la relation entre ces paramètres se trouve dans le photocopié des incertitudes.

Il faut en retenir qu'à partir de 5 mesures d'une même valeur (ce qui est un minimum si l'on veut bien faire les choses), on peut donner une incertitude de $\Delta G = \pm 2\sigma$ avec un degré de confiance de 90%. Ainsi, pour chaque mesure nécessitant d'évaluer une incertitude de type A, il faudra donner le résultat sous la forme $G = \bar{G} \pm 2\sigma$, sans oublier les unités ! Il faut également bien faire attention au nombre de chiffres significatifs à donner dans la valeur moyenne : son dernier chiffre significatif doit être de l'ordre de grandeur de l'incertitude.

Type B

L'incertitude de type B est généralement plus compliquée à évaluer car elle se fait de façon plus théorique et possède de nombreuses contributions. Dans le cas du TP Michelson, ce sera beaucoup plus simple car on se limitera à l'évaluation d'une seule de ces contributions, à savoir l'incertitude de lecture sur l'instrument de mesure (ici le vernier de la translation du miroir M_2).

Dans le cadre de ce TP, certaines incertitudes ne seront pas de type A car une étude de répétabilité conduira à mesurer exactement la même valeur à chaque fois. Une étude statistique est donc inutile car elle donne une valeur moyenne identique à toutes les mesures et un écart-type nul..

On ne peut donc que se fier à l'erreur de lecture de l'instrument, soit une graduation (voire une demi-graduation) dans le cas présent. Attention encore une fois aux chiffres significatifs : si on utilise une demi-graduation comme incertitude, il faut nécessairement écrire toutes les mesures (ainsi que leur moyenne) avec une précision jusqu'à la demi-graduation ! C'est-à-dire qu'elle doivent forcément se terminer par ...0 ou un ...5, correspondant à un résultat respectivement sur une graduation ou entre deux graduations successives. Et dans ce cas, oui, le chiffre 0 est significatif ! Il faut toujours penser à l'écrire lorsqu'il est de l'ordre de grandeur de l'incertitude, car il est tout aussi légitime que n'importe quel autre chiffre.

Propagation des incertitudes appliquée au doublet du mercure

Cette partie sur la propagation des incertitudes dans les formules est directement appliquée à la mesure du doublet spectral effectuée en partie 3.4. Pour des détails plus généraux, se reporter au polycopier sur les incertitudes.

Il est demandé en partie 3.4 de mesurer la position d'une première anticoincidence, notée e_0 . Il est aussi demandé d'évaluer son incertitude Δe selon le type (A ou B) développé dans les paragraphes précédents. Par la suite, on mesure l'anticoincidence suivante notée e_1 (qui possède la même incertitude Δe), et d'en déduire la distance $d = e_1 - e_0$ les séparant. Se pose alors la question de l'incertitude sur d .

Tordons tout de suite le cou à un raccourci très répandu et qui malheureusement perdure : l'incertitude d'une somme de plusieurs mesures n'est pas la somme de leurs incertitudes ! Autrement dit, l'incertitude sur d n'est pas deux fois celle de e ! Dans le cas d'une somme (et/ou différence) de termes, on ajoute les erreurs de façon **quadratique** : ce sont les variances qui s'ajoutent, soit les écarts-types au carré. Ainsi, l'incertitude sur d s'écrit :

$$\Delta d = \sqrt{(\Delta e_0)^2 + (\Delta e_1)^2} = \sqrt{2}\Delta e \quad (12)$$

Par la suite, il est demandé de mesurer 11 valeurs de e successives (de e_0 jusqu'à e_{10}) pour en dégager 10 valeurs de d . Il faut maintenant voir comment tirer partie au mieux de ces valeurs pour obtenir la plus faible incertitude sur d . La première chose à laquelle on peut penser est de faire une moyenne sur toutes les N valeurs de d mesurées :

$$\bar{d} = \frac{1}{N} \sum d_i \Rightarrow \Delta \bar{d} = \frac{1}{N} \sqrt{N} \Delta d = \frac{\sqrt{2}\Delta e}{\sqrt{N}} \quad (13)$$

On remarque ainsi que l'on a bien réussi à diminuer l'incertitude d'un facteur \sqrt{N} . Cependant, cette méthode n'est pas optimale, car on fait la somme de N termes $d_i = e_{i+1} - e_i$, soit la somme (et différence) de $2N$ termes e_i . Autrement dit, on accumule beaucoup d'erreur dans la formule et on aimerait bien faire mieux. D'autre part, on peut se rendre compte que la somme figurant dans \bar{d} est télescopique si on développe l'expression des d_i , au point qu'il ne reste plus que les deux valeurs extrêmes de e :

$$\tilde{d} = \frac{e_N - e_0}{N} \Rightarrow \Delta \tilde{d} = \frac{\sqrt{2}\Delta e}{N} \quad (14)$$

L'incertitude est cette fois-ci diminuée d'un facteur N comparé à \sqrt{N} pour la moyenne, car on n'utilise que 2 valeurs de e au lieu de $2N$. Pour $N = 100$, on

ne gagne qu'un facteur 10 en utilisant la valeur moyenne tandis qu'on gagne effectivement un facteur 100 en se limitant aux valeurs extrêmes. Il faut donc absolument appliquer cette méthode des valeurs extrêmes permettant de mesurer la valeur de d avec la plus faible incertitude possible.

Cette méthode doit être utilisée dans n'importe quelle mesure d'un phénomène périodique : on mesure la grandeur (distance, temps...) sur un grand nombre de période, que l'on redivise ensuite par le nombre de périodes utilisées. C'est d'ailleurs ce que l'on fait implicitement pour mesurer l'angle α d'un coin d'air : on mesure le diamètre du miroir et on le divise par le nombre de franges que l'on observe pour en déduire précisément l'interfrange (et ensuite l'angle α).

Annexe B : Teintes de Newton

Échelle des teintes de Newton		
δ en nm	Échelle à centre blanc	Échelle à centre noir
0	blanc	noir
40	blanc	gris de fer
97	blanc jaunâtre	gris lavande
158	blanc jaunâtre	bleu gris
218	brun jaune	gris plus clair
234	brun	blanc verdâtre
259	rouge clair	blanc
267	rouge carmin	blanc jaunâtre
275	brun rouge sombre	jaune paille pâle
281	violet sombre	jaune paille
306	indigo	jaune clair
332	bleu	jaune vif
430	bleu gris	jaune brun
505	vert bleuâtre	orangé rougeâtre
536	vert pâle	rouge chaud
551	vert jaunâtre	rouge plus foncé
565	vert plus clair	pourpre
575	jaune verdâtre	violet
589	jaune d'or	indigo
664	orangé	bleu de ciel
728	orangé brunâtre	bleu verdâtre
747	rouge carmin clair	vert
826	pourpre	vert plus clair
843	pourpre violacé	vert jaunâtre
866	violet	jaune verdâtre
910	indigo	jaune pur
948	bleu sombre	orangé
998	bleu verdâtre	orangé rougeâtre vif
1101	vert	rouge violacé foncé
1128	vert jaunâtre	violet bleuâtre clair
1151	jaune sale	indigo
1258	couleur chair	bleu (teinte verdâtre)
1334	rouge brun	vert de mer
1376	violet	vert brillant
1426	bleu violacé grisâtre	jaune verdâtre
1495	bleu verdâtre	rose (nuance clair)
1534	bleu vert	rouge carmin
1621	vert terne	carmin pourpre
1658	vert jaunâtre	gris violacé
1682	jaune verdâtre	bleu gris
1711	jaune gris	vert de mer
1744	mauve gris rouge	vert bleuâtre
1811	carmin	beau vert
1927	gris rouge	gris vert
2007	bleu gris	gris presque blanc
2048	vert	rouge clair
2338	rose pâle	vert bleu pâle
2668	vert bleu pâle	rose pâle

