

Outils Numériques pour l'Ingénieur·e en Physique

2024-2025

6N-076-PHY / ONIP-2

Bloc 4 - Objets / Projet D (100%)

Concepts étudiés

[PHYS] Optique instrumentale

[NUM] Affichage 2D

Mots clefs

Tracé de rayon, optique matricielle, optique instrumentale

Sessions

0 Cours(s) - 1h30

0 TD(s) - 1h30

6 TD(s) Machine - 2h00

0 TP(s) - 4h30

Travail

Par binôme

Institut d'Optique

Graduate School, France

<https://www.institutoptique.fr>

GitHub - Digital Methods

<https://github.com/IOGS-Digital-Methods>

Simulation en optique matricielle

"Enter the matrix"

Dans ce projet, on se propose de simuler des tracés de rayons dans des systèmes optiques centrés. Le principal intérêt est de pouvoir dimensionner un système optique, dans la continuité du cours d'Optique Instrumentale. On ne s'intéresse pas aux problématiques d'aberrations qui seront abordés dans le cours de Conception des Systèmes Optiques en 2^e année.

D'un point de vue programmation, vous devrez développer ce projet selon les règles de la **programmation orientée objet**.

Aucune fonction ne devra être utilisée en dehors d'un objet.

Acquis d'Apprentissage Visés

En résolvant ce problème, les étudiant·e·s seront capables de :

CÔTÉ NUMÉRIQUE

1. **Créer des classes** pour stocker et manipuler des données numériques.
2. **Définir et documenter les méthodes et attributs** de chaque classe
3. **Produire des figures** claires et légendées en incluant un titre, des axes, des légendes

CÔTÉ PHYSIQUE

1. **Simuler** différents systèmes optiques (lentilles minces, miroirs, dioptries)

Livrables attendus

Voir la fiche introductive du module ONIP-2 pour connaître les livrables attendus.

Ressources

Cette séquence est basée sur le langage Python. Vous pouvez utiliser l'environnement **Pycharm**. Des tutoriels Python (et sur les bibliothèques classiques : Numpy, Matplotlib or Scipy) sont disponibles à l'adresse : <http://lense.institutoptique.fr/python/>.

Sujet D - Simulation en optique matricielle

Ce projet s'inscrit dans la continuité du cours d'optique instrumentale, vous pouvez tester vos simulations sur de travaux réalisés dans cette matière.

1 Introduction

Le contexte de ce projet est l'optique dans les conditions de Gauß pour des systèmes centrés. En effet, on utilisera le formalisme matriciel (aussi appelé "matrice $ABCD$ "), celui-ci est très commode pour la programmation informatique. Ce formalisme est équivalent à celui étudié en cours.

Ce formalisme n'étant pas étudié en Optique Instrumentale, nous allons le présenter ici.

2 Grandes étapes

- Définir une classe représentant les rayons.
- Définir des classes représentant des éléments optiques (lentilles, miroirs, dioptries, diaphragme).
- Définir une classe représentant un système optique. Cette classe pourra prendre en entrée une liste d'éléments optiques et une liste de rayons. Et permettra de propager ces derniers.

Il est recommandé de surveiller visuellement l'avancée de votre projet à chaque étape. Pour cela, vous pouvez implémenter des méthodes (`plot`) dans vos classes. Une grande attention sera portée à la documentation de votre code et à la qualité des figures produites.

La programmation orientée objet est intéressante pour ce type de projet. En effet, chaque élément optique peut être représenté par une classe. Chaque élément optique pourra, par exemple, disposer d'une méthode pour propager les rayons : `propager_rayon(self, rayon : Rayon)`. Cette méthode pourra être appelée par la classe `SystemeOptique` pour propager les rayons dans le système, et ce, indépendamment de la nature des éléments optiques.

3 Notions d'optique matricielle

Les éléments suivants sont tirés du travail de F. Grillot. [Lien du PDF sur l'optique matricielle](#) Il est également possible de se référer au cours d'Optique Instrumentale (S. de Rossi) de 1^{re} année.

On considère un système de coordonnées cartésiennes, où l'axe horizontal z est l'axe optique, l'axe de révolution du système. La hauteur d'impact y est mesurée par rapport à l'axe optique.

Un rayon est caractérisé par sa position et sa direction. Pour un plan de coordonné z_0 , le rayon est caractérisé par un vecteur suivant :

$$p_{z_0} = \begin{pmatrix} y_0 \\ n\theta \end{pmatrix}_{z_0}$$

Pour effectuer des transformations sur les rayons, on utilise des matrices de transfert. La figure 1 illustre la propagation d'un rayon à travers un élément optique.

NB : Il existe des conventions différentes, par exemple sans les indices n pour la deuxième composante, cela est moins intéressant. En effet, les déterminants des matrices de transfert ne sont plus égaux à 1, les matrices des dioptries plans ne sont plus égaux à la matrice identité...

3.1 Propagation d'un rayon

Lorsqu'un se propage dans un milieu homogène, il est possible de déterminer sa position et sa direction après une distance d par les relations suivantes :

$$\begin{pmatrix} y' \\ n\theta' \end{pmatrix}_{z+d} = \begin{pmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ n\theta \end{pmatrix}_z$$

Ainsi, on obtient la hauteur $y' = y + d\theta$ du rayon après une distance d . La direction du rayon est inchangée ($\theta' = \theta$).

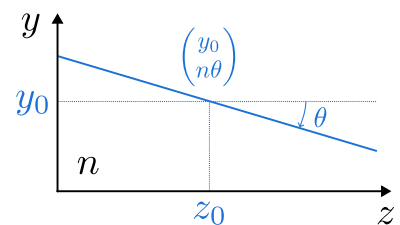


Figure 1. Représentation d'un rayon.

3.2 Propagation à travers des éléments optiques

Pour pouvoir propager un rayon à travers un élément optique, il faut que le vecteur du rayon soit exprimé dans le plan de l'élément optique (voir partie 3.1). Les valeurs en sortie sont indicées par s pour *sortie* et celles en entrée par e pour *entrée*. On définit les rayons de courbure $R = \overline{SC}$, où S est le sommet de l'élément optique et C le centre de courbure.

3.2.1 Dioptr

Lorsqu'un rayon rencontre un dioptr de rayon de courbure R , en passant d'un milieu d'indice n_1 à un milieu d'indice n_2 . Il est possible de déterminer sa position et sa direction après le dioptr par les relations suivantes :

$$\begin{pmatrix} y_s \\ n_s \theta_s \end{pmatrix}_{\text{après}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_s - n_e}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_e \\ n_e \theta_e \end{pmatrix}_{\text{avant}}$$

La hauteur y du rayon est inchangée ($y_s = y_e$) mais sa direction est modifiée.

3.2.2 Miroir

Lorsqu'un rayon est réfléchi par un miroir de rayon de courbure R , il est possible de déterminer sa position et sa direction après sa réflexion sur le miroir par les relations suivantes :

$$\begin{pmatrix} y_s \\ n_s \theta_s \end{pmatrix}_{\text{après}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2n/R & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_e \\ n_e \theta_e \end{pmatrix}_{\text{avant}}$$

Cette formule est un cas particulier de la formule pour un dioptr, où $n_1 = -n_2 = n$.

La hauteur y du rayon est inchangée ($y_e = y_s$) mais sa direction est modifiée. Pour le cas d'un miroir plan, $R = \infty$, le terme non diagonal de la matrice est nul.

Il faudrait veiller à être précautionneux sur le signe des indices (qui devient négatif après la réflexion sur un miroir), ainsi qu'au signe des rayons de courbure.

3.2.3 Lentille mince

Lorsqu'un rayon traverse une lentille mince de distance focale f' , il est possible de déterminer sa position et sa direction après la lentille par les relations suivantes :

$$\begin{pmatrix} y_s \\ n_s \theta_s \end{pmatrix}_{\text{après}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f' & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_e \\ n_e \theta_e \end{pmatrix}_{\text{avant}}$$

À présent, la hauteur y du rayon est inchangée ($y_e = y_s$) mais sa direction est modifiée. **Cet élément est le plus simple, il est recommandé de commencer l'implémentation par celui-ci.**

3.2.4 Diaphragme

Un diaphragme est un élément optique qui bloque les rayons qui ont une incidence trop élevée. Pour le modéliser, on propage le rayon jusqu'à la position du diaphragme et on bloque les rayons qui ont une incidence trop élevée.

3.3 Exemples

3.3.1 Système à lentilles

On considère le microscope issu du TD numéro 4 d'Optique Instrumentale (disponible sur le site du [LEnsE](#)). Le système optique est composé d'un objectif de distance focale $f' = 40$ mm et d'un oculaire de distance focale $f' = 12.5$ mm. Un schéma réalisé via Python est donné en figure 2.

Pour tracer un rayon rouge, qui est défini initialement dans le plan $z = 0$ par $p = (0, n_{\text{air}} \theta)^T$, on a séquentiellement multiplié (par la gauche) les matrices de transfert suivantes :

- Propagation dans l'air sur une distance de d_1 :

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & d_1/n_{\text{air}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

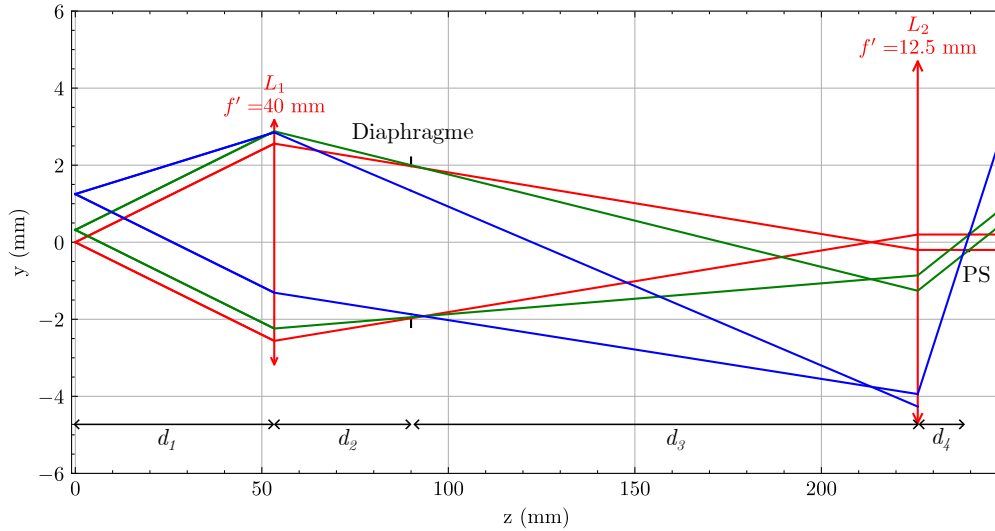


Figure 2. Schéma du microscope du TD d'Optique Instrumentale.

- Propagation à travers l'objectif, ici assimilé à une lentille mince :

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f'_1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Propagation à travers le diaphragme, on propage le rayon jusqu'à la position du diaphragme et on bloque les rayons qui ont une incidence trop élevée.

$$M_3 = \begin{pmatrix} 1 & d_2/n_{\text{air}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Propagation jusqu'à l'oculaire :

$$M_4 = \begin{pmatrix} 1 & d_3/n_{\text{air}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Propagation à travers l'oculaire, ici assimilé à une lentille mince :

$$M_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f'_2 & 1 \end{pmatrix}$$

- Propagation jusqu'à la pupille de sortie :

$$M_6 = \begin{pmatrix} 1 & d_4/n_{\text{air}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ce calcul est effectué dans la classe système optique après avoir défini les éléments optiques et les rayons que l'on souhaite propager.

Chaque rayon initial va donner naissance à de nouveaux rayons au cours de sa propagation. Il est donc nécessaire de stocker les rayons à chaque étape pour pouvoir les tracer à la fin.

3.3.2 Système à miroirs

On considère ici le **télescope de Cassegrain** issu du TD N°8 d'optique instrumentale, représenté en figure 3. Le système optique est composé d'un miroir primaire concave de rayon de courbure $R_1 = 250$ mm et d'un miroir secondaire convexe de rayon de courbure $R_2 = 100$ mm. Les autres grandeurs du système sont présentées dans le sujet de TD sur le site du **LEnsE**.

On a ici effectué le même type de calcul que pour le microscope, mais en adaptant les matrices de transfert aux éléments optiques du télescope de Cassegrain. On a ainsi multiplié les matrices de transfert suivantes :

$$\begin{pmatrix} y_s \\ n_{\text{air}}\theta_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d_3/n_{\text{air}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2n_{\text{air}}/R_2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -d_2/n_{\text{air}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2n_{\text{air}}/R_1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & d_1/n_{\text{air}} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_e \\ n_{\text{air}}\theta_e \end{pmatrix}$$

On remarque qu'après la réflexion sur un miroir, la direction du rayon est inversée, cela se traduit par une inversion du signe de l'indice optique.

Sur la figure 3, nous avons pu déterminer la position de l'image ainsi que la position et la taille de la pupille de sortie.

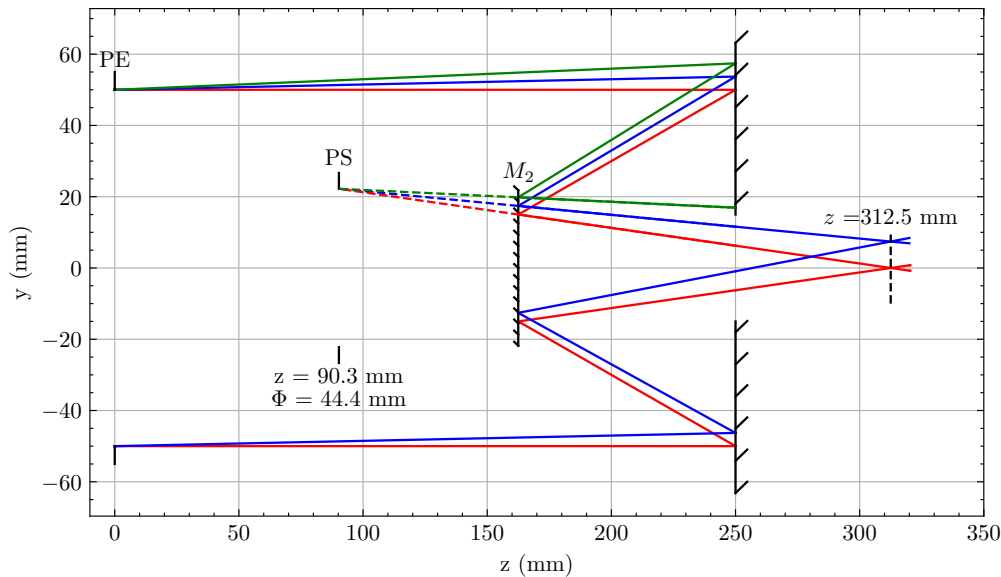


Figure 3. Schéma du télescope de Cassegrain du TD d'Optique Instrumentale.

3.4 Grandeurs caractéristiques

Un ensemble d'éléments optiques est caractérisé par sa matrice de transfert. Cette matrice est le produit des matrices de transfert de chaque élément optique, entre le plan d'entrée et le plan de sortie du système.

Par exemple, dans le cas du microscope de la partie 3.3.1, la matrice de transfert du système optique est donnée par la multiplication des matrices (dans le bon ordre) : $M_{SO} = M_5 M_4 M_3 M_2$. Dans le cas général, on obtient une matrice

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

On peut montrer les résultats suivants :

- La vergence du système est donnée via C par :

$$V = -C = \frac{n_s}{f'} = -\frac{n_e}{f}$$

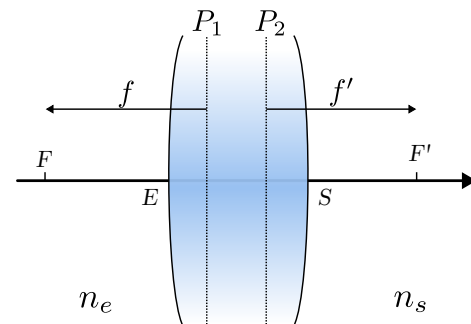
On peut donc en déduire la focale du système optique.

- Les positions des foyers principaux sont données via D et A par :

$$\overline{EF} = fD \text{ et } \overline{SF'} = f'A$$

- Les positions des plans principaux sont données via D et A par :

$$\overline{EP_1} = f(D - 1) \text{ et } \overline{SP_2} = f'(A - 1)$$



4 Ouverture

Vous devrez choisir et réaliser au moins l'une des ouvertures suivantes dans le cadre de ce projet.

Ouverture A Conjugaison des pupilles

- Vous pouvez faire en sorte de conjuguer des pupilles dans les différents espaces du système optique, afin d'obtenir la pupille de sortie ou la pupille d'entrée.

Ouverture B Obtention des grandeurs caractéristiques

- À l'aide de la partie 3.4, vous pouvez obtenir les grandeurs caractéristiques du système optique ainsi que les tracer leur position sur le graphique.

Ouverture C Optimisation du système optique

- Vous pouvez optimiser le système optique via des algorithmes d'optimisation (comme ceux de la bibliothèque SciPy). Par exemple, en faisant varier des grandeurs (distances focales, épaisseurs d'air...) afin d'obtenir une longueur focale et/ou un encombrement minimal.