

Examen partiel d'optique instrumentale

durée 3h

formulaire A4 recto-verso manuscrit et calculatrice autorisés

Le sujet présente trois pages et deux annexes.

Les annexes, en mentionnant vos nom-prénom, sont à rendre avec votre copie.

« Un soir de pleine Lune »

*Dans ce problème, les conditions paraxiales s'appliquent.
L'indice optique vaut l'unité dans tous les espaces. Les
lentilles sont considérées comme minces.*

Un photographe amateur désire prendre une photographie de la pleine Lune. On rappelle que la Lune est vue depuis la terre sous un diamètre angulaire de $\theta_{Lune} = 0,5^\circ$ (degré).

Dans un premier temps, il utilise un objectif modélisé par une unique lentille convergente L_1 de distance focale image $f'_1 = 100 \text{ mm}$, de diamètre $\phi_1 = 20 \text{ mm}$, de centre O_1 et de foyers objet et image F_1, F'_1 .

1. Où se situe l'image de la Lune à travers l'objectif ? Quelle est sa dimension ? Faire l'application numérique.

Déçu par la dimension trop faible de l'image, il décide d'utiliser un système composé de la lentille L_1 et d'une lentille divergente L_2 de distance focale image $f'_2 = -25 \text{ mm}$, de diamètre $\phi_2 = 10 \text{ mm}$, de centre O_2 et de foyers objet et image F_2, F'_2 .

Il place d'abord la lentille divergente L_2 suivie de la lentille convergente L_1 tel que $\overline{O_2O_1} = +150 \text{ mm}$.

2. Sur votre feuille, faites un dessin du système (échelle longitudinale $\times 0,4$) en positionnant les foyers (mettre le foyer image de L_2 très à gauche). Vous ne tiendrez pas compte de la taille des lentilles. Faites apparaître le plan principal image H' et le foyer image F' du système optique. Déterminer (à la règle) la distance focale f' du système complet.

3. Calculer la distance focale f' de ce système (vérifier votre calcul avec la mesure précédente) et en déduire la nouvelle dimension de l'image de la lune.

Notre photographe amateur un peu perdu décide de rapprocher les deux lentilles et choisit une distance $\overline{O_2O_1} = +75 \text{ mm}$.

4. Cette fois, il ne trouve plus du tout l'image de la Lune ! Expliquer pourquoi ?
5. Quel type d'instrument a-t-il fabriqué ? Calculer son grossissement.
6. Déterminer le diaphragme d'ouverture (pupille du système) de cet instrument. Justifier votre réponse.

Pas encore complètement découragé, il décide d'inverser les deux lentilles tel que $\overline{O_1O_2} = +75 \text{ mm}$.

7. Expliquer pourquoi il ne trouve toujours pas l'image de la lune.

Complètement désorienté par ce nouvel échec, il décide d'appeler une amie étudiante de SupOptique. Celle-ci lui explique qu'il obtiendra une image réelle de la lune que si la distance entre sa lentille convergente et sa lentille divergente est comprise dans un intervalle bien défini.

8. Sur l'annexe n°1, à l'aide d'un tracé de rayons trouver la position et la taille de l'image $A'B'$ de l'objet AB dans les 4 cas présentés.
9. Déterminer les bornes de cet intervalle en vous aidant des schémas précédents.
10. Quelle doit être la distance focale f' de l'instrument pour obtenir une image de la lune trois fois plus grande que celle obtenue avec la seule lentille L_1 ?
11. Montrer que, pour cette distance focale, la distance $\overline{O_1O_2} = +83,3 \text{ mm}$.
12. Déterminer $\overline{O_2A'}$ la position de l'image de la lune par rapport à la deuxième lentille.
13. Déterminer le diaphragme d'ouverture de cet instrument.
14. Déterminer la position et la taille des pupilles d'entrée et de sortie.
15. Sur l'annexe n°2 (échelle longitudinale $\times 1$ - échelle transversale $\times 5$), le centre de la lentille L_1 est placé. En tenant compte de l'échelle, placer à la bonne dimension les lentilles L_1 et L_2 . A l'aide de constructions géométriques (si nécessaire), positionner les pupilles d'entrée et de sortie.

Vos traits de crayon pour les tracés de pupilles seront minimalistes mais suffisamment compréhensibles pour le correcteur. Prenez le temps de confronter vos valeurs obtenues par le tracé et vos valeurs calculées

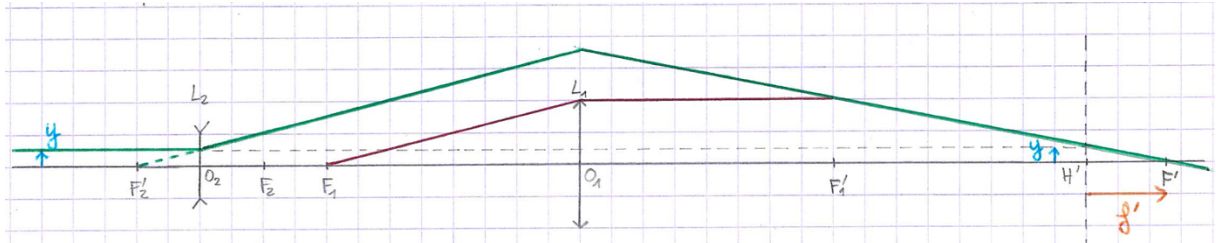
16. Sur l'annexe n°2, tracer deux rayons s'appuyant sur les deux bords de la pupille d'entrée provenant d'un point objet à l'infini sur l'axe optique et qui traversent tout l'instrument.
17. Sur l'annexe n°2, tracer deux rayons qui s'appuient sur les deux bords de la pupille d'entrée pour un point objet à l'infini situé sur l'un des bords du champ de pleine lumière et qui traversent l'ensemble de l'objectif.

L'image est projetée sur un capteur de dimensions 24 mm par 36 mm avec des pixels de dimensions 5 μm par 5 μm .

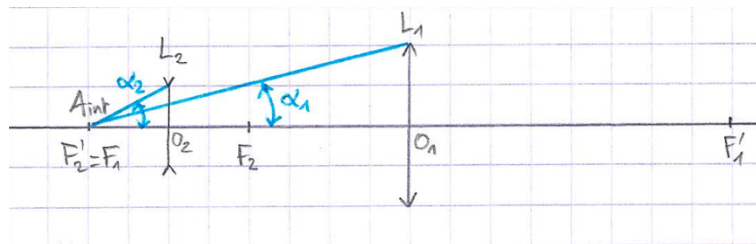
18. Sera-t-il gêné par le champ de contour (vignettage) ? Justifiez votre réponse.
19. Montrer analytiquement que le champ total image est supérieur à la taille du capteur (*vous pouvez ne pas répondre à cette question pour la suite*).
20. Déterminer la valeur (en degré) du champ capté dans l'espace objet.
21. Évaluer la résolution de l'objectif dans l'espace image en supposant qu'il est limité par la diffraction suivant le critère de Rayleigh pour une longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$.
22. Comparez-la à la taille du pixel et en déduire la résolution angulaire dans l'espace objet. En déduire la résolution sur la lune (la distance entre la Terre et la Lune est d'environ 4.10^5 km).
23. Déterminer la distance minimale d'un objet par rapport à l'objectif ayant une image, à travers l'instrument, toujours nette sur le capteur. Cette distance, appelée distance hyperfocale, sera déterminée par rapport au foyer objet de l'objectif. Aucun élément n'est déplacé.

CORRECTION

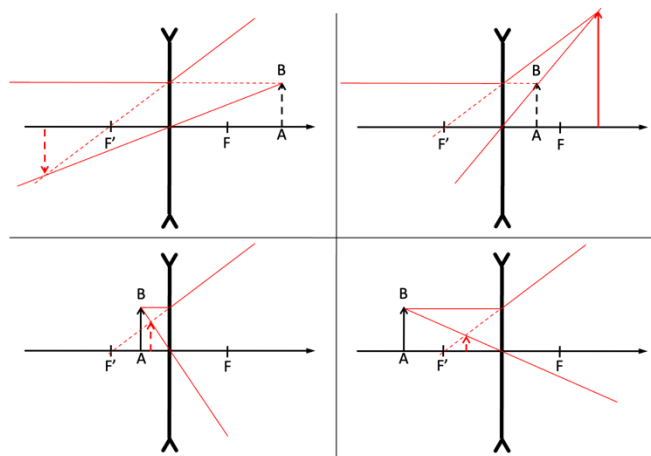
- $\infty \xrightarrow{L_1} F'_1$ $\phi'_{Lune} = f'_1 \times \theta_{Lune} = 0,87 \text{ mm}$
- Schéma feuille : mesure à la règle $f' = \overline{H'F'} \sim 0,4 \times 13 = 32 \text{ mm}$



- Gullstrand $\frac{1}{f'} = \frac{1}{-25} + \frac{1}{100} - \frac{150}{-25 \times 100} \rightarrow f' = 33,3 \text{ mm} \rightarrow \phi'_{Lune} = f' \times \theta_{Lune} = 0,29 \text{ mm}$
- L'image est à l'infini car la distance entre les deux lentilles est $f'_2 + f'_1 = \overline{O_2O_1}$
- Le système est afocal. Son grossissement vaut $G = -\frac{f'_2}{f'_1} = +0,25$
- De l'image intermédiaire placée au foyer image de L2 (foyer objet de L1), la lentille L1 est vue sous le plus petit angle. $\alpha_{L1} = \frac{\phi_1/2}{F_1O_1} = \frac{10}{100} = 0,1 < \alpha_{L2} = \frac{\phi_2/2}{F_2O_2} = \frac{5}{25} = 0,2$



- Le système reste afocal.
- Annexe n°1



- Image réelle uniquement si l'objet est virtuel entre le centre optique de la lentille divergente et son foyer objet, soit, $0 < O_2F'_1 < O_2F_2 \rightarrow 0 < O_1F'_1 - O_1O_{12} < O_2F_2$

$$\rightarrow 0 < f'_1 - e < -f'_2 \rightarrow f'_1 + f'_2 < e < f'_1 \rightarrow 75\text{mm} < e < 100\text{mm}$$

$$10. f' = \frac{\phi'_{Lune}}{\theta_{Lune}} = 3 \times \frac{f'_1 \times \theta_{Lune}}{\theta_{Lune}} = 3 \times f'_1 = 300\text{ mm}$$

$$11. \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} - \frac{e}{f'_1 f'_2} \rightarrow \frac{1}{300} = \frac{1}{100} + \frac{1}{-25} - \frac{e}{100 \times -25} \rightarrow e = 83,3\text{ mm}$$

$$12. \infty \xrightarrow{L1} F'_1 = F_2 \xrightarrow{L2} A' = F' \text{ soit } \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{O_2 A_{image}} - \frac{1}{O_2 F'_1} \rightarrow \overline{O_2 A'} = +50\text{ mm}$$

$$13. \alpha_{L1} = \frac{\phi_1/2}{F_1 O_1} = \frac{10}{100} = 0,1 < \alpha_{L2} = \frac{\phi_2/2}{F'_1 O_2} = \frac{5}{100-83,3} = 0,29$$

L1 est toujours le DO

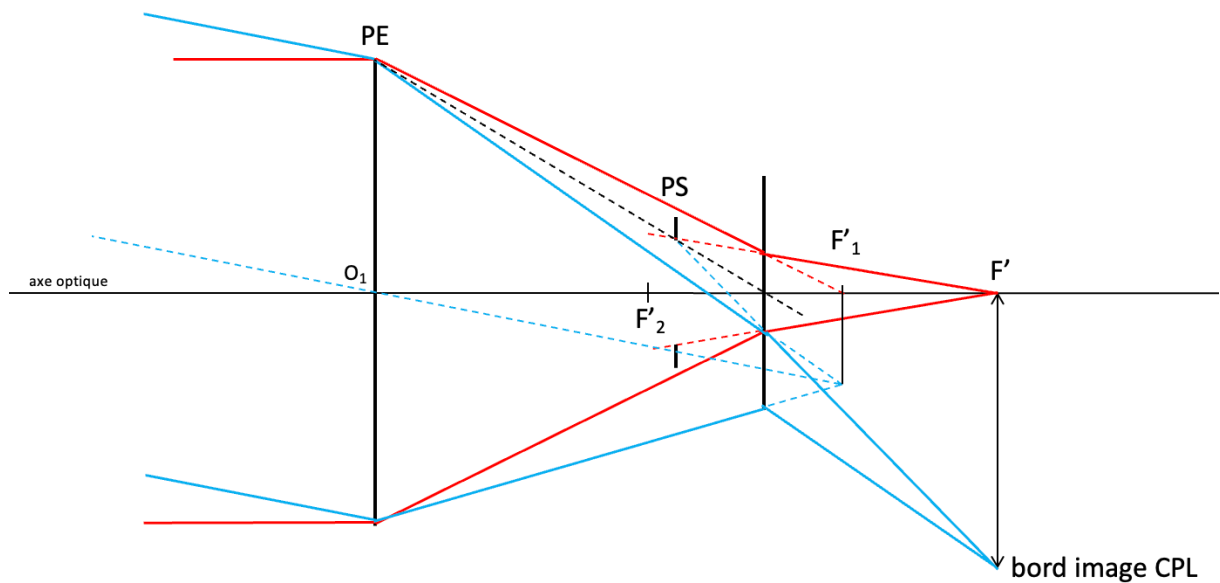
14. La pupille d'entrée est L1 et la pupille de sortie l'image de L1 par L2, soit,

$$\frac{1}{O_2 P_S} - \frac{1}{O_2 O_1} = \frac{1}{f'_2} \rightarrow \overline{O_2 P_S} = -19,2\text{ mm} \rightarrow \phi_{PS} = \frac{\overline{O_2 P_S}}{O_2 O_1} \times \phi_{PE} = \frac{19,2}{83,3} \times 20 = 4,6\text{ mm}$$

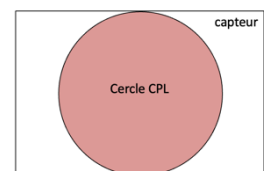
15. Annexe 2 : tracé pupille PS

16. Annexe 2 : tracé axe

17. Annexe 2 : tracé bord de CPL



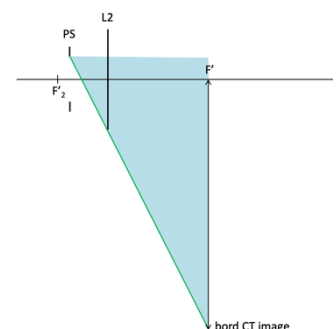
18. D'après le schéma le diamètre du CPL image vaut environ 23,6 mm ce qui est juste inférieure à la plus petite dimension du capteur (24 mm). Le champ vignetté sera donc visible sur l'image captée.



19. Dans le triangle bleu délimité par le bord du champ total on a,

$$\frac{F' P_S}{\phi_{CT} + \phi_{PS}} = \frac{F' O_2}{\phi_{CT} - \phi_{L2}} \rightarrow \phi_{CT} = 48\text{ mm} > \sqrt{24^2 + 36^2} = 43,3\text{ mm}$$

$$20. \theta_{CT} = \frac{\text{diagonale capteur}}{f'} = \frac{\sqrt{24^2 + 36^2}}{300} = 0,1442\text{ rad} = 8,2^\circ$$



$$21. \phi_{diff} = 2,44\lambda N = 2,44\lambda \frac{f'}{\phi_{PE}} = 2,44 \times 0,5\mu m \times \frac{300}{20} = 18,3\mu m$$

$$22. \phi_{diff} > pixel, \text{ soit une résolution angulaire objet } \delta\theta = \frac{\phi_{diff}}{f'} = 0,0305 \text{ mrad}$$

Ce qui donne sur la Lune $\rightarrow \delta y_{Lune} = \delta\theta \times 400000 \text{ km} = 12,2 \text{ km}$

23. Il faut que le « flou » lié à la défocalisation soit inférieure à la tache de diffraction, ce qui s'écrit dans l'espace image,

$$2\alpha_{image} \sim \frac{1}{N} \sim \frac{\phi_{diff}}{F'A'_{max}} = \frac{2,44\lambda N}{F'A'_{max}}$$

Ramené dans l'espace objet, via la formule de Newton, on obtient,

$$\overline{FA}_{max} \times \overline{F'A'_{max}} = -f'^2 \rightarrow \overline{FA}_{max} \sim \frac{f'^2}{2,44\lambda N^2} \sim \frac{300mm^2}{2,44 \times 0,5\mu m \times 15^2} \sim 327 \text{ m}$$