

## TD7      Photométrie (2 séances)

---

### Exercice 1

Les normes d'éclairage public imposent un éclairage moyen sur un trottoir de 15 lux. On considère un lampadaire équivalent à une source ponctuelle isotrope émettant  $10^4$  lumens suspendue à 5 m au-dessus du sol.

1. Calculer l'intensité de la source.
2. Calculer l'éclairage au sol situé à la verticale du lampadaire et à 5 mètres.

### Exercice 2

Soit une source étendue lambertienne de diamètre 20 mm et de luminance  $L = 10 \text{ W/cm}^2/\text{sr}$ .

1. Calculer le flux émis par la source dans le demi-espace vers l'avant de la source.

On place une photodiode circulaire, de diamètre 5 mm, sur l'axe de cette source à 1 mètre.

2. Calculer le flux reçu par cette photodiode.
3. On ajoute entre la source et la photodiode, à 50 cm de la source un trou de 1 mm de diamètre. Que devient le flux reçu par la photodiode ?

### Exercice 3

Le Soleil est considéré comme une source étendue lambertienne de diamètre apparent  $\beta = 0,5^\circ$  dont la luminance est de  $2,2 \cdot 10^7 \text{ W/m}^2/\text{sr}$ . Le ciel est considéré une source étendue et possède une luminance moyenne sur un demi-espace de  $10 \text{ W/m}^2/\text{sr}$ .

1. Déterminer l'éclairage au niveau du sol si le soleil est exactement au zénith et si l'angle entre le zénith et la direction du Soleil fait un angle  $\theta$  ?
2. Déterminer l'intensité équivalente du Soleil (distance Terre-Soleil =  $1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$ ).
3. Déterminer l'éclairage au sol dû au ciel.

*max 1<sup>ère</sup> séance*

---

On utilise un système optique aplanétique ouvert à  $f/N$  comme concentrateur solaire.

4. Déterminer l'éclairage obtenu au foyer du concentrateur.
5. Déterminer une expression du facteur de concentration (gain en éclairage entre le sol et le foyer) en fonction du nombre d'ouverture et de l'angle sous lequel on voit le Soleil depuis la Terre.
6. Comment augmenter ce facteur de concentration ? Pourquoi ne peut-il pas dépasser une valeur maximale que l'on calculera ?

### Exercice 4

On souhaite capter un maximum de flux en provenance d'une source circulaire lambertienne de diamètre 1 mm, de luminance  $1 \text{ W/m}^2/\text{sr}$ , sur un détecteur circulaire de diamètre 2 mm placé à 1 mètre. Dans les 3 cas suivants, déterminer le flux maximum capté par le détecteur.

1. On ne place aucune lentille entre la source et le détecteur.
2. On conjugue la source sur le détecteur avec une lentille de diamètre 15 mm dont vous déterminerez la focale (taux de transmission de 98%).
3. On utilise une deuxième lentille de diamètre 15 mm sachant que la 1<sup>ère</sup> lentille conjugue la source sur la 2<sup>ème</sup> lentille et la 2<sup>ème</sup> lentille conjugue la 1<sup>ère</sup> lentille sur le détecteur. Déterminer les focales.

**Exercice 1**

1. La source étant ponctuelle, son intensité  $I_{source}$  est le flux qu'elle émet dans l'angle solide de tout l'espace, soit  $F_{source}/4\pi = 795$  candela
2. L'éclairement au sol se calcule simplement par la loi de Bouguer appliqué à un élément  $dS$  de surface (plane) présentant une obliquité par rapport à la direction source- $dS$ , soit

$$Eclairement_{sol} = I_{source} \times \frac{\cos\theta_{obliquité\ sol}}{d_{source-sol}^2} = I_{source} \times \frac{\cos\theta^3}{H^2}$$

$$\text{A la verticale : } Eclairement_{sol} = \frac{I_{source}}{H^2} = 32 \text{ lux}$$

$$\text{A 5 mètres : } \theta = 45^\circ \quad Eclairement_{sol} = 11 \text{ lux}$$

**Exercice 2**

- source-1/2espace

$$Flux_{\frac{1}{2}espace} = L_{source} \times G_{source-1/2espace} = L_{source} \times \pi S_{source} \approx 100 \text{ Watt}$$

- source-photodiode

$$Flux_{photodiode} = L_{source} \times G_{source-phot.} \approx L_{source} \times \frac{S_{source} \times S_{photodiode}}{d^2} = 0,6 \text{ mW}$$

- source-trou-photodiode

Tous les rayons qui arrivent sur la photodiode proviennent de la source. Donc la luminance du trou égale la luminance de la source (\*). Il vient donc,

$$Flux_{photodiode} = L_{trou} \times G_{trou-photodiode} \approx L_{source} \times \frac{S_{trou} \times S_{photodiode}}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = 6\mu W$$

(\*) Ceci se démontre simplement en disant que la luminance du trou est le flux y pénétrant sur l'étendue géométrique entre la source et le trou ; et que le flux entrant dans le trou est la luminance de la source fois l'étendue entre la source et le trou.

$$L_{trou} = \frac{F_{entrant\ dans\ le\ trou}}{G_{source-trou}} = \frac{L_{source} \times G_{source-trou}}{G_{source-trou}} = L_{source}$$

Une autre façon de voir les choses consiste à dire que la portion de source qui effectivement « éclaire » la photodiode est de diamètre égale à la photodiode (car le trou est au milieu), donc tout le flux qui passe par le trou partant de cette source équivalent ira sur la photodiode

$$\begin{aligned} Flux_{photodiode} &= Flux_{entrant\ trou} = L_{source} \times G_{source\ équivalente-trou} \\ &\approx L_{source} \times \frac{S_{source\ équivalente} \times S_{trou}}{(d/2)^2} \\ &\approx L_{source} \times \frac{S_{photodiode} \times S_{trou}}{(d/2)^2} \end{aligned}$$

### Exercice 3

1. On a  $Flux_{reçu\ au\ sol} = L_{soleil} \times G_{soleil - surface\ au\ sol} = L_{soleil} \times \pi S_{sol} \times \sin^2 \beta/2$ , où  $\beta = 0,5^\circ$

$S_{sol}$  dans l'expression du flux reçu doit être multipliée par le cosinus d'obliquité si le Soleil n'est pas au zénith. L'éclairement au sol est donc le flux reçu sur la surface  $S_{sol}$  (bien évidemment on ne met pas le terme d'obliquité à ce niveau).

$$Eclairement_{reçu\ au\ sol} = \frac{Flux_{reçu\ au\ sol}}{S_{sol}} \approx \pi L_{soleil} \times (\beta/2)^2 \approx 1300\ W.m^{-2} (\theta = 0)$$

2. Cette approche fait l'hypothèse que le Soleil est quasi ponctuel

$$Flux_{reçu\ au\ sol} = I_{soleil} \times \Omega_{soleil\ regardant\ un\ élément\ de\ surface\ au\ sol}$$

$$Flux_{reçu\ au\ sol} = I_{soleil} \times \frac{S_{sol}}{d_{Soleil-Terre}^2}$$

$$I_{soleil} = \frac{Flux_{reçu\ au\ sol}}{S_{sol}} d_{Soleil-Terre}^2 = Eclairement_{reçu\ au\ sol} \times d_{Soleil-Terre}^2 = 3.10^{25}\ W/sr$$

3. Le ciel est une source étendue ( $1/2$  espace, soit  $\beta/2 = 90^\circ$ ). L'étendue géométrique entre la surface au sol et le ciel est donc,

$$Eclairement_{sol} = \pi L_{ciel} \times \sin^2 90^\circ \approx 30\ W.m^{-2}$$

4. L'éclairement au foyer du concentrateur est le flux reçu dans l'image sur la surface de l'image. Le flux dans l'image est le produit de la luminance dans l'image (qui est la luminance du soleil modulée par les pertes du système) et l'étendue géométrique entre la pupille de sortie et l'image, soit

$$Eclairement_{foyer} = \frac{L_{image} \times G_{PS-image}}{S_{image}} = \frac{\tau L_{soleil} \times \pi S_{image} \sin^2 \alpha'}{S_{image}} = \tau L_{soleil} \times \pi \sin^2 \alpha'$$

5. Si le système est aplanétique alors  $\sin \alpha' = \frac{1}{2N}$  soit  $Eclairement_{foyer} = \frac{\tau \pi L_{soleil}}{4N^2}$

On peut également être moins direct, en disant simplement que l'éclairement au foyer est le flux reçu dans la pupille (modulo la transmission) divisé par la surface de l'image, soit

$$Eclairement_{foyer} = \frac{\tau \times F_{pupille}}{S_{image}} = \frac{\tau L_{soleil} \times \pi S_{pupille} \times (\beta/2)^2}{\pi/4 \times (f' \times \beta)^2} = \dots = \frac{\tau \pi L_{soleil}}{4N^2}$$

Le facteur de concentration peut donc s'écrire comme,  $C = \frac{E_{foyer}}{E_{sol}} = \frac{\frac{\tau \pi L_{soleil}}{4N^2}}{\pi L_{soleil} \times (\beta/2)^2} = \frac{\tau}{4N^2 \times (\beta/2)^2} = \frac{\tau}{N^2 \times \beta^2}$

6. Dans un système aplanétique  $N$  vaut  $1/2$  au minimum, donc  $C$  vaudra au maximum dans un système sans perte,

$$C = \frac{4}{\beta^2} \approx 5.10^4$$

Le four solaire d'Odeillo, situé dans les Pyrénées, est une parabole de 40 mètres de diamètre et 18 mètres de rayon de courbure. Il concentre la lumière à son foyer et permet d'obtenir des températures très élevées ( $3500^\circ$ ) en quelques secondes. L'installation accueille une équipe de recherche de l'Université de Perpignan qui travaille sur les études thermiques à haute température, les systèmes caloporteurs, la conversion de l'énergie, le craquage de l'eau pour produire de l'hydrogène, le comportement des matériaux à haute température dans des environnements extrêmes. Son facteur de concentration est de 16000. L'écart est lié au défaut de forme (la parabole est construite avec 9500 facettes courbées mécaniquement) et aux aberrations (une parabole n'est pas aplanétique) ...

#### Exercice 4

##### 1. Sans lentille (cf exo 2)

$$F_D = L_S \times G_{\text{source-détecteur}} \approx L_S \times \frac{S_S \times S_D}{d^2} = 2,5 \text{ pW}$$

##### 2. Avec une lentille qui conjugue en position et en taille la source sur le détecteur.

On écrit tout d'abord la contrainte de conjugaison sur le grandissement et la contrainte sur la distance ( $d_1$  négative, et  $d_2$  positive),

$$\frac{\phi_D}{\phi_S} = -2 = \frac{d_2}{d_1} \text{ et } -d_1 + d_2 = 1 \text{ m ce qui donne } d_1 = -33 \text{ cm et } d_2 = 67 \text{ cm soit } f' \approx 22 \text{ cm}$$

Une estimation graphique est également faisable (cf dessin ci-dessus).

On peut alors calculer le flux reçu sur le détecteur, soit en écrivant l'étendue géométrique dans l'espace objet soit dans l'espace image.

$$F_D = \tau L_S \times G_{\text{source-lentille}} \approx \tau L_S \times \frac{S_S \times S_{\text{lentille}}}{d_1^2} = \tau L_S \times G_{\text{lentille-détecteur}} \approx \tau L_S \times \frac{S_{\text{lentille}} \times S_D}{d_2^2} = 1,2 \text{ nW}$$

Cette configuration à une lentille est celle qui maximise le flux sur le détecteur. En effet,

- Éloigner la lentille de l'objet diminue l'étendue géométrique de collection donc cela diminue le flux sur le détecteur.
- Approcher la lentille aura pour effet d'augmenter le flux de collection mais la taille d'image sera également plus grande (en changeant bien évidemment la focale pour la conjugaison). Et comme du côté image l'étendue est contrainte par la taille du détecteur (et de la lentille), diminuer  $d_1$  revient à augmenter la distance  $d_2$  donc l'étendue image diminue. Le flux collecté diminue alors !!

##### 3. Avec deux lentilles avec les conjugaisons suivantes : $S \xrightarrow{L_1} L_2$ et $L_1 \xrightarrow{L_2} D$

Les conjugaisons (position et taille) contraignent les grandissements.

$$\frac{\phi_D}{\phi_{L1}} = -\frac{2}{15} = \frac{d_3}{d_2} \quad \frac{\phi_{L2}}{\phi_S} = -\frac{15}{1} = \frac{d_2}{d_1}$$

$$|d_1| + |d_2| + |d_3| = 1 \text{ m}$$

ce qui donne  $|d_1| = 5,6 \text{ cm}$  ;  $|d_2| = 83 \text{ cm}$  ;  $|d_3| = 11,1 \text{ cm}$

On en déduit les focales :  $f'_1 = 5,2 \text{ cm}$  et  $f'_2 = 9,8 \text{ cm}$

On peut alors calculer le flux reçu sur le détecteur, soit en écrivant l'étendue géométrique dans l'espace objet, intermédiaire et image.

$$F_D = \tau^2 \times L_S \times G_{\text{source-L1}} = \tau^2 \times L_S \times G_{L1-L2} = \tau^2 \times L_S \times G_{L2-détecteur} \approx \tau^2 \times L_S \times \frac{S_S \times S_{L1}}{d_1^2} = 40 \text{ nW}$$

